Hélio Oliveira Rodrigues
Hélio Oliveira dos Santos Rodrigues

EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

UMA INTEGRAÇÃO ENTRE TEORIA E PRÁTICA

Editora Poisson

VOLUME 1

Hélio Oliveira Rodrigues
Hélio Oliveira dos Santos Rodrigues

Educação Matemática
Uma integração entre teoria e prática

1ª Edição

Belo Horizonte
Editora Poisson
2023

Editor Chefe: Dr. Darly Fernando Andrade

Conselho Editorial
Dr. Antônio Artur de Souza – Universidade Federal de Minas Gerais
MSc. Davilson Eduardo Andrade
Dra. Elizângela de Jesus Oliveira – Universidade Federal do Amazonas
MSc. Fabiane dos Santos
Dr. José Eduardo Ferreira Lopes – Universidade Federal de Uberlândia
Dr. Otaviano Francisco Neves – Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais
Dr. Luiz Cláudio de Lima – Universidade FUMEC
Dr. Nelson Ferreira Filho – Faculdades Kennedy
Msc. Valdiney Alves de Oliveira – Universidade Federal de Uberlândia

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

R696 Rodrigues, Hélio Oliveira

Educação Matemática – Uma integração entre teoria e prática/ Hélio Oliveira Rodrigues; Hélio Oliveira dos Santos Rodrigues – Belo Horizonte– MG: Editora Poisson, 2023

Formato: PDF
ISBN: 978-65-5866-281-5
DOI: 10.36229/978-65-5866-281-5
Modo de acesso: World Wide Web
Inclui bibliografia

1.Matemática 2.Educação I. RODRIGUES, Hélio Oliveira II. RODRIGUES, Hélio Oliveira dos Santos III.Título

CDD-370

Sônia Márcia Soares de Moura – CRB 6/1896

O conteúdo deste livro está licenciado sob a Licença de Atribuição Creative Commons 4.0.
Com ela é permitido compartilhar o livro, devendo ser dado o devido crédito, não podendo ser utilizado para fins comerciais e nem ser alterada.

O conteúdo dos artigos e seus dados em sua forma, correção e confiabilidade são de responsabilidade exclusiva dos seus respectivos autores.

Esse e outros títulos podem ser baixados gratuitamente em www.poisson.com.br
Entre em contato pelo contato@poisson.com.br

Autores

Hélio Oliveira Rodrigues (1)

Possui Licenciatura Plena em Matemática pela UNIVERSIDADE CATÓLICA DE PERNAMBUCO, Mestrado em Tecnologia Ambiental pelo INSTITUTO DE TECNOLOGIA DE PERNAMBUCO, Doutorado em Educação pela UNIVERSIDAD DEL MAR - CHILE. Atualmente é Professor da Secretaria de Educação do Estado de Pernambuco, Coordenador de Tutoria do Curso de Especialização em Ensino de Matemática e Coordenador de Tutoria do Curso de Especialização em Ensino de Ciências pelo INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DE PERNAMBUCO. Professor Adjunto e Coordenador do CCEN pelas FACULDADES INTEGRADAS DA VITÓRIA DE SANTO ANTÃO. Membro do Comitê de Ética em pesquisa da FAINTVISA - CEPVISA, aprovado pela COMISSÃO NACIONAL DE ÉTICA EM PESQUISA - CONEP. Diretor da ICONE EDUCAÇÃO. Tem experiência na área de Matemática, atuando principalmente no Campo da Educação Matemática com as novas tendências.

Hélio Oliveira dos Santos Rodrigues (2)

Formado em Ciências Biológicas pela Faculdade Frassinetti do Recife (2008), Mestre em Tecnologia Ambiental pelo Instituto de Tecnologia de Pernambuco - ITEP (2011), Doutor pela Universidade Federal Rural de Pernambuco e Pós-Doutor pela mesma instituição. Foi bolsista DTI-I pelo projeto CNPq/MAPA para implantação do Centro de Defesa Agropecuária - CDA/LABTOX/ITEP (2010-2012), atuou como Técnico de Nível Superior (TNS-III) no Laboratório de Agrotóxicos e Contaminantes em Alimentos e Produtos Alcoólicos (LabTox) do Instituto de Tecnologia de Pernambuco - ITEP até o ano de 2020. Atua nos seguintes temas: Química Analítica com ênfase à Cromatografia Gasosa (CG-MS/MS, CG-MS, GC-FID, GC-FPD)/Liquida (LC-QTOF, LC-MS/MS, LC-MS), Espectrometria de Absorção Atômica (EAAFG) e Cromatografia de Íons para ensaios de conformidade de produtos Alcoólicos (bebidas alcoólicas e álcool combustível), matrizes ambientais (solo e sedimento) a partir de Extração Acelerada por Solvente (ASE) e matrizes gordurosas (alimentos). Tem experiência na área de química analítica com ênfase em ensaios físico-químicos de conformidade de produtos alcoólicos, matrizes ambientais e matrizes gordurosas. Atualmente é vinculado a Faculdade de Goiana (FAG), como professor, coordenador acadêmico, Coordenador de Pós-Graduação, Coordenador da CPA, Coordenador do Núcleo de Pesquisa, Extensão e Monitoria - NUPEM e membro do Comitê de Ética e Pesquisa da instituição.

Apresentação

Textos que explicam trabalhos científicos objetivam também ensinar as fases de um projeto científico. No entanto, o estudante quando desperta para o campo da pesquisa, quase sempre pergunta qual é o caminho que deve ser seguido, após a leitura dos textos. Assim, aceitar o desafio de percorrer passo a passo, o caminho para elaboração de um projeto científico, o iniciante tem que está sempre em busca do conhecimento, para atingir o objetivo desejado.

Um trabalho científico se caracteriza tanto pela escrita, quanto pela sua especificação, principalmente, no que se refere a abordagem de um único assunto, ou de um determinado problema. Desta forma, um trabalho científico escrito a partir de um tema específico deve resultar da interpretação científica apresentando uma contribuição relevante ou original e pessoal da ciência.

Neste sentido, as estruturas acadêmicas científicas estão sendo apresentadas, não apenas em função da elaboração e construção de trabalhos específicos que envolvem o conhecimento científico, mas mostrando sempre a importância da integração entre a teoria e a prática. Assim, neste trabalho estão sendo apresentados 10 (dez) artigos desenvolvidos no campo da Educação Matemática que apontam os possíveis caminhos para elaboração de um trabalho científico, abordando temas diversificados a partir de uma visão clara e objetiva, na tentativa de minimizar as dificuldades dos estudantes no ato da elaboração de um trabalho científico. Nos conteúdos abordados Foram trabalhados os seguintes temas: Importância da Aprendizagem Significativa para Estruturação dos Processos Avaliativos no Ensino da Matemática; Pontos Notáveis de um Triângulo: Sua Utilização a Partir do Teorema do ângulo Externo Utilizando como Recurso Didático Régua e Compasso; Proposta de Ensino para o Cálculo da Probabilidade de um Experimento Aleatório Utilizando como Recurso Didático Material Concreto Manipulativo; Dificuldades de Aprendizagem Sobre a Resolução de Problemas Envolvendo Sistemas de Equações do 2º Grau no 1º Ano do Ensino Médio; Modelagem Matemática a Partir da Relação Entre a Área Cultivada e a Produção Mensal do Chuchu no

Agreste de Pernambuco; Aprendizagem Significativa de Sistemas Lineares Através dos Coeficientes Angular e Linear da Reta Utilizando Como Recurso Didático o Geoplano; Atribuindo Significado ao Ensino dos Paralelogramos Utilizando Como Recurso Didático o Geoplano; Proposta de Ensino para a Análise Combinatória Utilizando Organizadores Prévios a Partir da Educação Infantil e do Ensino Fundamental; Utilização da Calculadora como Recurso Didático na Sala de Aula para o Cálculo das Medidas de Dispersão; Noções Básicas da Geometria dos Fractais para uma Melhor Percepção das Formas Geométricas no Plano e no Espaço. Tais conteúdos estão sendo apresentados na tentativa de dá sentido aos conteúdos abordados, para que o aluno entenda o significado do que está sendo apresentado através de uma integração entre os fatos do cotidiano estudados na sala de aula.

SUMÁRIO

Capítulo 1: Importância da aprendizagem significativa para estruturação dos processos avaliativos no ensino da matemática..... 09

Hélio Oliveira Rodrigues

DOI: 10.36229/978-65-5866-281-5.CAP.01

Capítulo 2: Pontos notáveis de um triângulo: Sua utilização apartir do teorema do ângulo externo utilizando como recurso didático régua e compasso..... 18

Hélio Oliveira Rodrigues

DOI: 10.36229/978-65-5866-281-5.CAP.02

Capítulo 3: Proposta de ensino para o cálculo da probabilidade de um experimento aleatório utilizando como recurso didático material concreto manipulativo 25

Hélio Oliveira Rodrigues

DOI: 10.36229/978-65-5866-281-5.CAP.03

Capítulo 4: Dificuldades de aprendizagem sobre a resolução de problemas envolvendo sistemas de equações do 2º grau no 1° ano do ensino médio..... 32

Hélio Oliveira Rodrigues

DOI: 10.36229/978-65-5866-281-5.CAP.04

Capítulo 5: Modelagem matemática a partir da relação entre a área cultivada e a produção mensal do chuchu no agreste de Pernambuco 41

Hélio Oliveira Rodrigues

DOI: 10.36229/978-65-5866-281-5.CAP.05

SUMÁRIO

Capítulo 6: Aprendizagem significativa de sistemas lineares através dos coeficientes angular e linear da reta utilizando como recurso didático o geoplano 51

Hélio Oliveira Rodrigues

DOI: 10.36229/978-65-5866-281-5.CAP.06

Capítulo 7: Atribuindo signifcado ao ensino dos paralelogramo utilizando como recurso didático o geoplano..... 61

Hélio Oliveira Rodrigues

DOI: 10.36229/978-65-5866-281-5.CAP.07

Capítulo 8: Proposta de ensino para análise combinatória utilizando organizadores prévios a partir dos conceitos da educação infantil e do ensino fundamental..... 68

Hélio Oliveira Rodrigues

DOI: 10.36229/978-65-5866-281-5.CAP.08

Capítulo 9: Utilização da calculadora como recurso didático na sala de aula para o cálculo das medidas de dispersão..... 79

Hélio Oliveira Rodrigues

DOI: 10.36229/978-65-5866-281-5.CAP.09

Capítulo 10: Noções básicas da geometria dos fractais para uma melhor percepção das formas geométricas no plano e no espaço..... 91

Hélio Oliveira Rodrigues

DOI: 10.36229/978-65-5866-281-5.CAP.10

Capítulo 1

Importância da aprendizagem significativa para estruturação dos processos avaliativos no ensino da matemática

Hélio Oliveira Rodrigues

Resumo: Os processos avaliativos se caracterizarem hoje, como verdadeiros fenômenos sociais tanto pelos diferentes tipos de variáveis que os envolvem, quanto pelos resultados apresentados em termos de evolução e compreensão conceitual durante os momentos de ensinamentos, neste sentido o presente trabalho investe através Aprendizagem Significativa visando promover uma melhor compreensão sobre o que se pretende ensinar. O trabalho se fundamenta a partir das concepções de Ausubel (1978) onde a investigação envolveu 26 (vinte e seis) estudantes do curso de Licenciatura Plena em Matemática de uma Instituição de Ensino da Zona da Mata do Estado de Pernambuco. A escolha do grupo se deu, por além dos mesmos estarem no 5º período e terem cursado o componente curricular Geometria Euclidiana Plana, base fundamental para o desenvolvimento da investigação. Neste sentido, o presente estudo tem como objetivo analisar a estruturação dos processos avaliativos visando sugerir alternativas que contribuam com a construção do conhecimento matemático.

Palavras chave: Aprendizagem Significativa; Processos Avaliativos e Construção do conhecimento Matemático.

1. INTRODUÇÃO

Nas últimas décadas, inúmeros são os estudos e pesquisas no campo da Educação Matemática que auxiliam o desenvolvimento de uma abordagem didática. A aprendizagem significativa, por exemplo, que é o conceito central da teoria de Ausubel (1978), que pode ser melhor entendida, como a aprendizagem que ocorre quando as novas ideias estão ligadas a informações ou conceitos já existentes na estrutura cognitiva do indivíduo. Nesse processo a nova informação interage com uma estrutura de conhecimento específica, a qual Ausubel chama de "conceito subssunçor" existente na estrutura cognitiva de quem aprende. Segundo Moreira e Buchweitz (1987), a teoria de Ausubel é uma teoria cognitiva que busca explicar teoricamente o processo de aprendizagem segundo a ótica do cognitivismo visando descrever o que sucede quando o ser humano se situa e organiza o seu mundo.

No presente estudo foram utilizados, textos de apoio como organizadores prévios na tentativa de auxiliar a compreensão e possibilitar uma melhor compreensão do que se pretende ensinar, visando também, buscar alternativas a partir de estratégias de ensino para contribuir com o desenvolvimento reflexivo, crítico e criativo na estruturação dos conceitos necessários e obtenção de melhores resultados nos processos avaliativos.

2. FUNÇÕES E OBJETIVOS DAS ESTRATÉGIAS DE ENSINO PARA AVALIAÇÃO COMO PROCESSO CONSTRUTIVO

Nos dias atuais, a avaliação da aprendizagem concebida e vivenciada na maioria das escolas brasileiras tem se constituído no principal meio de sustentação da lógica e organização do trabalho escolar, ocupando o ponto central nas relações estabelecidas entre os trabalhadores da educação, pais e estudantes, onde os métodos avaliativos sem contestação ocupam um espaço relevante no conjunto das práticas educativas aplicadas ao processo de ensino aprendizagem.

A utilização de estratégias de ensino está restritamente vinculado ao meio docente, na articulação do proceso de ensino em conformidade com cada atividade, bem como os resultados esperados. Segundo Peturcci e Batiston (2006, p.263), apontam que a palavra estrtégia esteve históricamente vinculada a ações desenvolvidas nas guerras, para alguns autores, como por exemplo, Alves (2004, p. 71) aponta que esta palavra possui uma esteita ligação com o ensino, haja vista que ensinar requer por parte do docente a habilidade de fazer com que o estudante se encante com o saber, para que a aprendizagem do estudante seja alcançada.Luckesi (2002) afirma que os procedimentos de ensino geram consequências para prática docente e para definir estratégias de ensino com certa precisão se faz necessário que se tenha uma proposta pedagógica clara e objetiva. Para o autor, ainda se faz necessário uma melhor compreensão de que os procedimentos de ensino seleccionados ou construidos são mediações da proposta pedagógica e metodológica. Neste sentido, a busca por outras formas de ensino de acordo com a realidade do estudante é de fundamental importancia e pode contribuir com a construção do conhecimento, onde o uso e procedimentos de ensino deve considerar o modo pelo qual o estudante aprende, não deve ser um fato isolado escolhido ao acaso, sem análise de conteúdos trabalhados, não considerando as habilidades nescessárias para a execução dos objetivos a serem alcançados. Hoje sabe-se que avaliar não se resume apenas em um ato mecânico do ato formal e estático de atribuir notas, mas direciona o esforço empreendido no processo de ensino aprendizagem de forma a contemplar a melhor abordagem pedagógica e o mais pertinente método didático adequado á disciplina.

As funções do processo avaliativo são definidas segundo alguns autores como de avaliação diagnóstica (diagnóstico), avaliação formativa (verificação) e avaliação somativa (apreciação), ou seja:

i. Miras e Solé (2000) afirmam que, a Avaliação Diagnóstica (diagnóstico), segundo Miras e Solé (2000) é aquela que proporciona informações sobre as capacidades do aluno, antes de ser iniciado um processo de ensino-aprendizagem (questionário diagnóstico inicial).

ii. Avaliação Formativa (verificação), segundo Haydt (1995) é aquela que permite constatar se os alunos estão ou não atingindo os objetivos pretendidos, verificando a compatibilidade entre tais objetivos, bem como, os resultados alcançados durante o desenvolvimento das atividades propostas.

iii. A valiação Somativa (apreciação), que segundo Gadotti (1991) é aquela que ocorre ao final da instrução com a finalidade de verificar o que o aluno efetivamente aprendeu.

Segundo Gadotti (1991), a avaliação é de fundamental importância para à educação, inerente e indissociável enquanto concebida como problematização, questionamento e reflexão sobre a ação, o autor ainda aponta que a avaliação não pode morrer e se faz necessária para se possa refletir, questionar e transformar nossas ações. De acordo com os PCN's (2001), se estende como uma das funções de avaliação fornecer aos estudantes informações sobre o desenvolvimento das capacidades e competências que são exigidas socialmente. Com tais mudanças, a avaliação passa de um mero instrumento de tortura e punição, usado para oprimir e punir para se tornar um instrumento capaz de mostrar aos próprios avaliados, suas falhas sobre determinados conhecimentos, possibilitando aos mesmos uma auto-avaliação e dando ao mesmo tempo, a oportunidade de organizar suas ideias e formular seus pensamentos sobre os conhecimentos onde não obtiveram êxito. Desta forma, a avaliação pode, acredita-se, ser usada como um instrumento auto regulador do processo ensino-aprendizagem, ou seja, a avaliação pode auxiliar o próprio aluno no desenvolvimento de suas estratégias de aprendizagem. Charnay (1998), por exemplo, a matemática tem se construído como resposta a perguntas traduzidas em outros tantos problemas, como os formulados em estreita vinculação com outras ciências. A atividade de resolução de problemas tem estado no próprio coração da elaboração da ciência matemática "Fazer matemática é resolver problemas!" Os problemas frequentemente oferecem resistência, as soluções são quase sempre parciais. Assim um dos objetivos essenciais do ensino da matemática é precisamente que o que se ensine esteja carregado de significado e tenha sentido para o estudante. A princípio as noções matemáticas são apresentadas como ferramentas para resolver problemas, que se permitirá aos estudantes construir o sentido, ou seja, ele não deve ser capaz apenas de repetir, mas também de ressignificar em situações novas, de adaptar e de transferir seus conhecimentos para resolver novos problemas.

3. METODOLOGIA

A metodologia desenvolvida neste trabalho se deu a partir de uma abordagem quantitativa, qualitativa, de forma exploratória descritiva. Segundo Bisquerra (*apud* Rodrigues 2011), a metodologia quantitativa é tida como uma ciência que tem por objetivo estabelecer relações com saberes que propaguem uma explicação entre o

fenômeno estudado, e o método de investigação permitindo assim a leitura das variáveis independentes. Oliveira (2008), por sua vez, aponta que a abordagem qualitativa pode ser caracterizada, como uma tentativa de se explicar em profundidade, não apenas o significado, mas também as características do resultado das informações obtidas por entrevistas, ou questões abertas, sem a mensuração de características ou comportamento. Oliveira ainda aponta que a pesquisa exploratória tem por objetivo fornecer subsídios para uma maior compreensão do fenômeno que está sendo estudado, e corresponde a primeira etapa de investigação, enquanto que a descritiva tem por descrever os resultados obtidos a partir das análises. A pesquisa foi desenvolvida em uma turma do 5º (quinto) período do curso de Licenciatura Plena em Matemática, a partir de uma investigação em sala de aula envolvendo a Geometria Euclidiana Plana, especificamente o conceito de Paralelogramo.

4. CARACTERIZAÇÃO E DESCRIÇÃO DOS PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Os procedimentos metodológicos adotados nesta pesquisa foram desenvolvidos a partir de 10 (dez) momentos, descritos a partir do **Quadro 01**:

Quadro 01: Descrição dos procedimentos metodológos

Momentos	Caracterização	Intenções educativas
Primeiro	Aplicação de um questionário investigativo inicial	Levantar os conhecimentos prévios
Segundo	Leitura dinámica de um texto de apoio	Embasamento teórico dos conceitos
Terceiro	Intervenção dos Axiomas de incidencia e ordem, Medição de segmentos, Medição de ángulos, Paralelas e o Teo. do Âng. Externo	Demarcar as propiedades a partir dos Axiomas de Euclides
Quarto	**Atividade 1:** Construção com régua e compasso dos quadriláteros: quadrado, retângulo e losango	Levantamento e registro das propiedades em relação aos lados, ángulos e diagonais
Quinto	**Atividade 2:** Preenchimento da tabela 6.4 a partir dos conceitos adquiridos, durante todo proceso de desenvolvimento da atividade 1	Identificação e registro das semelhanças e diferenças
Sexto	**Atividade 3:** Preenchimento da tabela 6.5, a partir dos conhecimentos adquiridos na atividade 1 e na atividade2	Identificação e registro das características gerais e específicas
Sétimo	Utilização do recurso didático geoplano envolvendo as formas geométricas dos quadriláteros, para identificação dos conceitos ainda não elencados	Reestruturação dos conceitos ainda não assimilados
Oitavo	**Atividade 4:** Socialização do conhecimento envolvendo profesor e alunos, na tentativa de justificar o ato de aprender	Possibilitar uma melhor compreensão sobre o que se pretende ensinar e justificar o ato de aprender
Nono	**Atividade 5:** Utilização da resolução de problemas, visando integrar teoría e prática	Integração entre teoria e prática
Décimo	Aplicação do questionário investigativo final	Análise e confronto dos resultados

Fonte: Rodrigues, (2011).

5. DESCRIÇÃO DAS ANÁLISES DOS RESULTADOS DA INVESTIGAÇÃO

Vale salientar que nas legendas apresentadas nas tabelas abaixo, os símbolos que aparecem como: **C**, **D, MM** e **NS**, representam respectivamente concordo, discordo, mais ou menos e não sei. Já as legendas onde aparecem os símbolios **RA**, **RI** e **NR**, representam respectivamente respondeu adequadamente, respondeu inadequadamente e não respondeu. Vale salientar que das 4 (quatro) questões dos questionários investigativos inicial e final são compostas pelas mesmas questões. Isso pode ser justificado, pela necessidade de se verificar a ocorrência ou não de uma possível evolução após o ensinamento em relação aos conceitos.

As informações obtidas e registradas na **Tabela 01** referem-se as questões do questionário investigativo inicial.

Tabela 01: Referente ao questionário investigativo inicial

*	Respondeu								
	C	%	D	%	MM	%	NS	%	Total de Alunos
01	20	76,92	05	19,23	01	3,85	0	0	26
02	15	57,69	10	38,46	0	0	01	3,85	26
03	16	61,53	09	34,62	0	0	01	3,85	26
04	16	61,53	08	30,77	01	3,85	01	3,85	26

Observando-se a tabela acima é possível identificar as variações dos percentuais obtidos a partir do questionário investigativo inicial em função dos conceitos.

As informações registradas na **Tabela 02** foram obtidas a partir das 4 (quatro) questões do questionário investigativo final.

Tabela 02: Referente ao questionário investigativo final

*	Respondeu								
	C	%	D	%	MM	%	NS	%	Total de Alunos
01	25	96,15	01	3,85	0	0	0	0	26
02	22	84,62	04	15,38	0	0	0	0	26
03	18	69,23	06	23,08	02	7,69	0	0	26
04	17	65,38	09	34,62	0	0	0	0	26

Observando-se a tabela acima é possível identificar as variações dos percentuais obtidos a partir do questionário investigativo final em função dos conceitos.

6. CONFRONTO ENTRE OS QUESTIONÁRIOS INVESTIGATIVOS (INICIAL X FINAL) DAS QUESTÕES QUE ENVOLVEM OS CONCEITOS A PARTIR DO TESTE T

Validando o percentual de acertos das questões que envolvem os conceitos do grupo controle, através do método do Teste de Student (**T de Student**).

Considerando o número de acertos em relação as 4 (quatro) questões do grupo controle, tem-se:

Tabela 03: Confronto entre os questionários investigativos Inicial x Final

Nº da Questão	1	2	3	4
Nº acertos (Quest. Final)	25	22	18	17
Nº acertos (Quest. Inicial)	20	15	16	16

Por tratar-se de uma situação em que se quer comparar as médias de duas distribuições normais, tratando-se da mesma população, mas em dois momentos diferentes: antes e após a aplicação dos métodos dos questionários diagnósticos inicial e final, há interesse em verificar se os questionários contribuíram para o aumento do número de acerto de questões, portanto o teste a ser aplicado é o teste de diferenças entre médias para dados pareados (mesma população).

I - Enunciar as hipóteses

Pretende-se verificar se a média de acertos do questionário diagnóstico final é maior do que a média de acertos do questionário diagnóstico inicial. A hipótese inicial H_0, é que o ganho na média de acertos final não é satisfatória, ou seja, as médias antes e após a aplicação dos questionários diagnóstico são iguais, teremos então:

$$H_0: u_d = 0$$
$$\text{Onde } u_d = u_{depois} - u_{antes}$$
$$H_1: u_d > 0$$

II - Estabelecer o nível de significância ou nível de confiança

$$para\ um\ nível\ de\ significância\ de: \quad \propto = 0{,}05$$

$$temos\ um\ nível\ de\ confiança\ de: \quad 1-\propto = 0{,}95$$

III - Identificar a variável de teste

Na aplicação do questionário diagnóstico das questões que envolvem os conceitos temos uma amostra de 4 elementos (questões) e de acordo com a tabela de Distribuição de Student, a variável de teste que será utilizada será a variável t_{n-1} da distribuição T de Student.

IV - Definição da região de aceitação de H_0 de acordo com o tipo de teste e variável

Trata-se de um teste unilateral à esquerda (com 5% de significância), e a variável de teste é t_3 (a amostra tem n = 4 elementos), então o valor crítico (obtido da tabela da distribuição T de Student) será:

$$t_{n-1,critico} = t_{4-1;0,05} = t_{3;0,05} = -t_{3;0,95} = -0{,}137$$

Para valores maiores de - 0,137 aceita-se H_0. Se t_{n-1} for menor do que - 0,137 rejeita-se H_0.

V - Através dos valores das amostras antes e depois, calcular a diferença d_i entre cada par de valores, onde:

$$\boldsymbol{d_i = X_f - X_i}$$

Para o conjunto de questionários sob análise tem-se:

Tabela 04: Referente aos valores das amostras

Nº da Questão	1	2	3	4
Nº acertos (Quest. Final)	25	22	18	17
Nº acertos (Quest. Inicial)	20	15	16	16
d_i	5	7	2	1
d_i^2	25	49	4	1

VI - Calcular a diferença média e o desvio padrão da diferença média

Diferença Média

$$\bar{d} = \frac{\sum d_i}{n} = \frac{15}{4} = 3{,}75$$

Desvio Padrão

$$S_d = \sqrt{\frac{\sum d_i^2 - [(\sum d_i)^2/n]}{n-1}} = \sqrt{\frac{79-[(15)^2/4]}{3}} = \sqrt{\frac{79-(\frac{225}{4})}{3}} = \sqrt{7{,}58} = 2{,}754$$

VII - Cálculo do valor da variável de teste, através da fórmula de T de Student

$$t_{n-1} = \frac{\bar{d}}{(s_d/\sqrt{n})} \qquad t_{4-1} = \frac{3{,}75}{2{,}754/\sqrt{4}} = 2{,}723$$

VIII - Decidir pela aceitação ou rejeição da hipótese inicial H_0

$$t_{n-1} = t_3 = 2{,}723 > \ t_{n-1,critico} = t_{3;0{,}05} = -0{,}137$$

Desta forma, após o confronto entre os questionários investigativos inicial e final do grupo Controle das questões que envolvem os conceitos, pode ser constatado que a hipótese inicial H_0 foi rejeitada a um nível de significância de 5%, garantindo um nível de confiabilidade de 95%, ou seja, uma chance de apenas 5% de erro. Isto aponta que, o resultado apresentado pelo questionário investigativo final foi mais satisfatório do que o questionário investigativo inicial.

7. CONSIDERAÇÕES GERAIS

No processo ensino aprendizagem, uma das tarefas mais complexas para o professor além da transposição didática, que segundo Chevallard (2005) é a transformação do conhecimento científico em conteúdo a ser ensinado, são os processos avaliativos. Desta forma, a avaliação desde seu processo construtivo deve servir de orientação para que o professor possa conduzir a sua prática docente e jamais servir de instrumento de reprovação ou de retenção de alunos na construção de esquemas de conhecimento teórico e prático. Para Alves (2004) as estratégias de ensino almejam conquistas, por isso os objetivos norteadores devem estar claros e bem definidos para os

sujeitos envolvidos, desta forma, a preocupação de como trabalhar um determinado conteúdo, com certeza faz parte das indagações dos docentes que se preocupam com o processo da aprendizagem e pela busca de melhores caminhos que possibilitem uma melhor compreensão do que se apreende ao ensinar. Um dos fatores fundamentais para obtenção de resultados promissores no processo ensino aprendizagem, como ocorre em todo campo profissional, são os ajustes nas suas ações e o professor, como qualquer outro profissional lida com situações que não se repetem e consequentemente, não podem ser paralisadas no tempo, aguardando uma nova alternativa de ação. Tais ajustes, hoje mais caracterizados como regulações, têm que ser realizados em tempo real, em intervalos relativamente curtos, para que a falta dessa iniciativa não se perca a oportunidade de se avançar no processo ensino aprendizagem. A prática de ensinar não possui a exatidão de um experimento científico, pois ensinar requer além de disposição e mobilização de conhecimentos para atribuir valores, fazer julgamentos que possibilitem uma avaliação mais pertinente. A partir de tais concepções, neste trabalho sugere-se que nos momentos de ensinamento sejam adotados na sistematização de ensino a partir de 5 (cinco) momentos, ou seja: No primeiro deve-se fazer a aplicação de um questionário diagnóstico inicial, para levantar os conhecimentos prévios dos estudantes. No segundo, deve ser socializado um texto de apoio abordando os conceitos necessários a serem trabalhados. No terceiro deve ser realizada uma intervenção, para resgatar os conceitos necessários para que os estudantes possam ter uma melhor compreensão sobre o que se pretende ensinar.

No quarto deve ser desenvolvida uma atividade grupal, utilizando recursos didáticos manipulativos, bem como, a resolução de problemas para uma melhor integração entre teoria e prática. No quinto momento deve ser aplicado um questionário diagnóstico final, para análise da evolução dos estudantes para possíveis tomadas de decisões. Portanto, partir das análises da investigação é possível observar que a Aprendizagem Significativa é fator importante para estruturação dos procesos avaliativos da Matemática. Tal fato fica caracterizado a partir do momento em que após o confronto dos questionários investigativos (inicial x final) ficou constatado um nível de confiabilidade de 95% da pesquisa. Isto aponta que, o resultado apresentado pelo questionário investigativo final foi mais satisfatório do que o questionário investigativo inicial, caracterizando assim que a Aprendizagem Significativa alem de ser fundamental para estruturação dos processos avaliativos, promove, acredita-se, a construção do conhecimento matemático.

REFERÊNCIAS

[1] AUSUBEL, D. Educational Pschology: A Cognitive View. New York, Holt, Rinehart & Winston, 1978.

[2] ANASTASIOU, Léa das Graças Camargos e ALVES, Leonir Pessate. Estratégias de ensinagem. In: Anastasiou, Léa das Graças Camargos e Alves, Leinir Pessate. (Orgs). Processos de ensinagem na universidade. Pressupostos para as estratégias de trabalho em aula. 3 ed. Joinville: Univille. (2004, p. 67–100).

[3] BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais - Matemática Brasília: MEC/SEF, 2001.

[4] CHARNAY, Ronald. Aprender (por meio de) la resolución de problemas. Grand **n.42, Genoble (cap. 3 Parra, Cecília e Saiz, Irmã. 1996. Didática da Matemática: reflexões psicopedagogicas. Porto Alegre: Artes Médicas). 1998.

[5] CHEVALLARD, Yves. La transposición didática: del saber sabio al saber enseñado. Tradução Claudia Gilman. 3 ed. Buenos Aires: Aique Grupo Editor. 2005.

[6] GADOTTI, M. Uma escola para todos os caminhos da autonomia escolar. Petrópolis: Editora Vozes. 1991.

[7] HAYDT, R. C. Avaliação do Processo Ensino-Aprendizagem. São Paulo: Ed. Ática, 1985.

[8] LUCKESI, C.C. Avaliação da aprendizagem escolar. 14 ed. São Paulo: Ed. Cortez. 2002.

[9] MOREIRA, Marco A. & BUCHWEITZ, Bernardo. Mapas conceituais: instrumentos didáticos de avaliação e de análise de currículo. São Paulo: Moraes. 83 p. 1987.

[10] MIRAS, M. Solé, I. A evolução da aprendizagem e a evolução do processo de ensino aprendizagem. Desenvolvimento psicológico educação: psicologia da educação. Porto Alegre: Artes Médicas. 1996.

[11] OLIVEIRA, Maria Marly. Como fazer projetos, monografias, dissertações e teses. 4 ed. Rio de Janeiro: Elsevier. 2008.

[12] PETRUCCI, Valéria Bezerra Cavalcanti. BATISTON, Renato Reis. Estratégias de ensino e avaliação de aprendizagem em contabilidade. In: Peleias, Ivam Ricardo. (Org.). Didática do ensino de contabilidade. São Paulo. Sraiva. 2006.

[13] RODRIGUES, H. O. Importância da Utilização de Recursos Didáticos em um Processo de Transposição Didática para Promover Aprendizagem Significativa. Universidad Del Mar – UDELMAR/Chile em agosto de 2011.

Capítulo 2

Pontos notáveis de um triângulo: Sua utilização apartir do teorema do ângulo externo utilizando como recurso didático régua e compasso

Hélio Oliveira Rodrigues

Resumo: O presente estudo a partir da Didática da Matemática procura embasado na Teoria da Aprendizagem Significativa Ausubel (apud Rodrigues, 2011), estruturar aspectos relevantes, os quais organizados em forma de proposta didática sobre o ensino dos conceitos de Ponto médio e Mediana, servir de ponte para enfocar o papel do rigor, da abstração e do formalismo através das Construções Geométricas, para a construção do conhecimento matemático. O propósito em síntese reside além da construção e utilização de um texto de apoio estruturar que uma sistematização de ensino para facilitar a aquisição dos conceitos dos pontos notáveis de um triângulo.

Palavras chave: Aprendizagem Significativa; Teorema do Ângulo Externo; Ponto Médio e Mediana.

1. INTRODUÇÃO

Boyer (2002), através da História da Matemática mostra que o caráter prático foi inicialmente incorporado ao fazer matemático, se deu desde os primeiros registros pictográficos por volta de 3.500 a.C; Porém, mais especificamente no que se refere a geometria clássica. Isso pode ser caracterizado conforme destacam Balbini e Pastor (2000, pp. 18-19) segundo Heródoto que:

> "O rei do Egito dividiu o solo do seu país entre seus habitantes, designando lotes quadrados de igual extensão a cada um deles e obtendo seus principais recursos das rendas que cada possuidor pagava anualmente. Se o rio arrasava uma parte do lote de um habitante, este se apresentava ao rei e expunha o ocorrido, para o qual o rei enviava pessoas para examinar e medir a extensão exata da perda e mais adiante a renda exigida era proporcional ao tamanho do lote. É em virtude desta pratica que, penso, começou a conhecer-se a Geometria no Egito, de onde se estendeu até a Grécia".

Por outro lado, Ronan (2001) no chamado *período da ciência primitiva* aponta uma característica importante sobre o conhecimento matemático, trata-se da abstração, mesmo que num estagio inicial. Isso acontece ao enfocar sobre os fundamentos da aritmética diante a necessidade de representar-se algo, mesmo quando este esta ausente, assim se estabelece uma boa alusão a ideia de abstração, como segue "Inicialmente, houve a ideia de contar: uma ideia abstrata que se pode pensar sem a presença de qualquer objeto material. Poder-se-ia pensar no um ou no dois, ou em qualquer numero" (p. 17). Os gregos, por sua vez, embora recorressem também a problemas decorrentes de necessidades práticas como medições, já percebiam que a matemática deveria libertar-se dos conhecimentos adquiridos de modo exclusivamente empírico.

Ribnikov (1991, p.52) assinala que dos problemas práticos se obteve a logística que tinha como atribuições as operações com números inteiros, a extração de raízes, dentre outras e, que concomitantemente os pitagóricos recopilam fatos abstratos e os unem em sistemas teóricos. Por exemplo, da aritmética surge um ramo independente, a teoria dos números. Os argumentos que seguem podem ser considerados comuns em livros de historia das matemáticas e em estudos que se ocupam de clarificar informações sobre a chamada geometria Euclidiana. Pouco se saber sobre a vida deste grande ícone do conhecimento humano que viveu por volta de 300 a.C., mas sabe-se o suficiente sobre o seu trabalho científico, e que dentre vários o mais celebre que foi o chamado *Os Elementos*.

Desta forma, o presente estudo investe no campo da Didática da Matemática e procura embasado na Teoria da Aprendizagem Significativa Ausubel (*apud* Rodrigues, 2011) estruturar aspectos relevantes, organizados em forma de proposta didática sobre o Ensino de Geometria Plana, servir de ponte para enfocar o papel do *rigor*, da *abstração* e do *formalismo* para a construção do conhecimento matemático. O propósito reside na construção e utilização de um Texto de Apoio que possa ser qualificado como um *material potencialmente significativo*.

2. BREVE ESTRUTURAÇÃO DO CONHECIMENTO GEOMÉTRICO A PARTIR DE EUCLIDES

A estruturação do conhecimento geométrico por Euclides foi trazida a partir de cinco postulados e cinco axiomas, as quais devido as intenções pedagógicas deste estudo serão apresentadas respectivamente a baixo segundo Machado (2001), inicialmente a partir dos Postulados de Euclides (p. 31):

i. É possível traçar uma linha reta de qualquer ponto a qualquer ponto.

ii. Qualquer segmento de reta finito pode ser prolongado indefinidamente para construir uma linha reta.

iii. Dados um ponto qualquer e uma distancia qualquer, pode-se traçar um círculo de centro naquele ponto e raio igual à distancia dada.

iv. Todos os ângulos retos são iguais entre si.

v. Se uma linha reta corta duas outras de modo que os dois ângulos interiores de um mesmo lado tenham soma menor que dois ângulos retos, então as duas outras retas se cruzarão, se prolongadas indefinidamente, do lado da primeira reta em que se encontram os dois ângulos citados.

E posteriormente, através dos Axiomas de Euclides (p.32):

i. Duas coisas iguais a uma terceira são iguais entre si;

ii. Se parcelas iguais forem somadas a quantias iguais os resultados obtidos serão iguais.

iii. Se quantias iguais forem subtraídas de quantias iguais, os restos obtidos serão iguais.

iv. Coisas que coincidem umas com as outras são iguais entre si.

v. O todo é maior que cada uma das partes.

A necessidade de clareza e brevidade a cerca do que se pretende apresentar, nesta proposta foi feita enfocando as formas geométricas do tipo triângulos, bem como suas propriedades. E como sugestão, inicialmente pode-se recorrer a etimologia da palavra, para em seguida através dos recursos didáticos manipulativos (régua e compasso) desenvolver atividades práticas, procurando destacar algumas propriedades, proposições e teorias. Com tais aspectos procurar-se-á organizá-los estruturalmente enquanto construtos básicos (Postulados, Axiomas e proposições), e enquanto campos (geometria plana) e áreas (geometria euclidiana). As figuras geométricas elementares são os pontos, as retas e os planos. O plano assim como as retas são constituídas por conjuntos de pontos, portanto os elementos constitutivos das retas e dos planos são os mesmos. Os argumentos anteriores possibilitam imaginar que um conjunto de retas também pode conduzir a noção de plano, portanto, pontos e retas do plano.

A apresentação dos conteúdos geométricos, no âmbito teórico, levará em consideração alguns aspectos do livro texto de Barbosa (1997), qual seja, apresenta-se os quatro axiomas de Euclides nesta ordem: *incidência e ordem*, *medição de segmentos*, *medição de ângulos* e *congruência*; em seguida se introduz o *teorema do ângulo externo* a fim de aportar teoricamente aspectos que é o possibilitem aclarar o quinto axioma e ultimo axioma de Euclides que é o axioma das paralelas. Cabe destacar, que as formas de apresentação empregadas para apresentar tais axiomas não correspondem nem a forma

original dos axiomas de Euclides nem a utilizada por Barbosa. No que se refere aos postulados de Euclides, o axioma de incidência e ordem tem a finalidade de dar conta dos postulados I e II; os axiomas de medição de segmento e de ângulo, do postulado III; o de congruência do postulado IV; e por fim o axioma das paralelas, por sua vez, do V postulado. Desta forma, o que se busca nesta proposta é utilizar régua e compasso para viabilizar a partir das construções geométrica do quadrado retângulo e losango, segundo suas propriedades é, não apenas elencar, mas, compreender o papel dos postulados na organização do conhecimento matemático geométrico. O uso do Teorema do Ângulo Externo no texto de Barbosa (1997) sugere como consequência a "*proposição: a soma das medidas de quaisquer dois ângulos internos de um triangulo é menor do que 180º*" (p. 50), da qual decorre dois corolários. Porém, é do interesse do presente estudo utilizar apenas o "corolário: *se duas retas distintas m e n são perpendiculares a uma terceira, então m e n não se interceptam*" (p. 51), pois ele alude à compreensão de forma direta a condição de paralelismo. Com isso, torna-se possível definir retas paralelas e consequentemente apresentar o axioma V, qual seja o axioma das paralelas.

2.1. EMBASAMENTO TEÓRICO ESPECIFICO (GEOMETRIA EUCLIDIANA)

O respaldo teórico geométrico e também metodológico deste estudo é compatível com Barbosa (1997) que sistematicamente utiliza os axiomas selecionados por Pogorélov na intenção de possibilitar que os alunos possam de forma mais rápida adquirir à compreensão dos mais importantes teoremas da geometria plana. No presente estudo também não se propõe adentrar em aspectos como as numerosas discussões sobre a revisão dos fundamentos da geometria realizado no século XVIII, as quais se centravam na revisão científica a partir dos fundamentos da geometria euclidiana. Mas, há certos juízos de valores obtidos de tais criticas que merecem destaque como por exemplo, pode ser citado:

> "A análise rigorosa dos fundamentos dos "Elementos" de Euclides e em particular os axiomas sobre as paralelas e suas numerosas "demonstrações", conduziu os matemáticos ao convencimento da insuficiência de todas as "demonstrações" deste axioma" (Ríbnikov, 1991, pp. 307-308).

Durante o referido século XVIII, se pode ainda trazer algo que encorajam as intenções didáticas da elaboração deste texto de apoio. Pois, segundo Ríbnikov (1991), neste período autores franceses renomados como D'Alembert, Bezout, Legendre entre outros, produziram textos escolares que separavam o ensino da geometria do sistema geométrico esquemático de Euclides. Em síntese, introduziram a métrica e o movimento, uma aritmetrização da teoria das relações e proporções, o simbolismo algébrico e os elementos algébricos e, a utilização dos radicais. Isto é a base dos textos escolares de geometria de hoje, que foram organizadas no final do século XVIII.

3. METODOLOGIA

A metodologia desenvolvida nesta proposta de estudo visa contemplar os aspectos didáticos, não se busca em momento algum tipo de reconstrução da geometria euclidiana. A principio se busca caracterizar uma visão panorâmica desse campo de conhecimento e, por isso, nem sempre se investirá num aprofundamento dos conteúdos abordados. O maior interesse da proposta se situa na intenção de organizar e sistematizar o ensino para uma melhor compreensão dos alunos do mundo matemático a partir da geometria. Em síntese, se pretende levantar as propriedades necessárias para a aquisição de conceitos geométricos/objetos matemáticos, que envolve ponto médio, mediana, bissetriz e altura, a partir das construções geométricas dos triângulos do tipo equilátero, isósceles e escaleno para uma melhor compreensão de proposições, teoremas e demonstrações. Os procedimentos metodológicos adotados neste trabalho serão desenvolvidos a partir de 4 (quatro) momentos através de atividades, onde nos 3 (três) primeiros, os propósitos educativos matemáticos podem ser percebidos através da diferença entre elas e o quarto momento será desenvolvido através de uma aplicação prática envolvendo exercícios e problemas na tentativa de integrar teoria e prática, a partir de uma sistematização de ensino segundo as intenções didáticas.

4. PRESSUPOSTOS EDUCATIVOS

Primeiro

A primeira atividade tem como propósito vislumbrar propriedades geométricas a partir da construção com régua e compasso dos triângulos equilátero, isóscele e escaleno;

Segundo

A segunda tem como objetivo identificar através de uma análise cuidadosa as propriedades referentes aos conceitos concebidos de ponto médio e mediana, a partir das formas geométricas construídas na atividade anterior;

Terceiro

A terceira atividade tem como propósito elencar no quadro de registros (Qr), os conceitos adquiridos a partir da aquisição conceitual do objeto matemático decorrente do vislumbramento das propriedades concebidas a partir das atividades 1, na tentativa de enfocar o fazer matemático em termos de proposições, teoremas e demonstrações.

Quarto

A quarta tem como propósito desenvolver um trabalho, para socialização do conhecimento visando unir teoria e prática, na tentativa de melhor caracterizar o objetivo proposto.

Desenvolvimento das Atividades

Caracterização da Atividade 1

Nesta atividade os alunos serão distribuídos em grupos, onde cada grupo contendo cinco participantes, utilizando como recurso didático régua e compasso construirão três triângulos do tipo equilátero, isósceles e escaleno identificando suas propriedades geométricas, tanto em relação ao ponto médio de um de seus lados, quanto a mediana, bissetriz e altura relativas ao referido ponto, a partir de suas construções.

Intenções Educativas da Atividade 1

O propósito desta atividade em termos de conteúdo é que cada aluno possa elencar todas as características dos triângulos. No que se refere ao desenvolvimento da atividade os indivíduos, mesmo reunidos em seus grupos, trabalhem individualmente, pois a necessidade da formação dos grupos visa a possibilidade de uma maior interação quando na utilização dos recursos didáticos régua e compasso. O motivo deste procedimento se dá, por muitos dos alunos não possuírem as habilidades necessárias com tais materiais.

Caracterização da Atividade 2

Diante as concepções e registros obtidos na atividade 1, os alunos ainda reunidos em grupos e interagindo com os membros do próprio grupo têm como meta identificar as possíveis propriedades geométricas relativas ao ponto médio e a mediana, bissetriz e altura do triângulo.

Intenções Educativas da Atividade 2

O propósito desta atividade em termos de conteúdo é enfocar as propriedades de ponto médio, mediana, bissetriz e altura através dos triângulos equilátero, isósceles e escaleno, em função das semelhanças e diferenças entre eles. No que se refere ao desenvolvimento da atividade, os alunos trabalharão individualmente, utilizando os registros na atividade 1.

Caracterização da Atividade 3

Nesta atividade se propõe que os alunos a partir de uma exploração cuidadosa, também agindo apenas entre os membros do grupo, a partir das atividades 1 e 2 anteriores e das concepções levantadas no inicio das atividades registrar todas as propriedades vislumbradas que envolvem os conceitos de ponto médio, mediana, bissetriz e altura no quadro de registros, aqui caracterizado como (Qr).

Quadro 01: Quadro de registros (Qr_1) das propriedades gerais e específicas de ponto médio, mediana, bissetriz e altura

	Equilátero	Isósceles	Escaleno
Ponto Médio			
Mediana			
Bissetriz			
Altura			
Ortocentro			
Baricentro			
Incentro			

Intenções Educativas da Atividade 3

O propósito desta atividade é resgatar em termos de conteúdo a partir do conceitos adquiridos de mediana, bissetriz e altura, em função das propriedades gerais e especificas, bem como das similitudes e diferenças dos triângulos, os conceitos de Ortocentro, incentro e baricentro. No que se refere ao desenvolvimento da atividade os alunos trabalharão de forma individual para preencher o quadro de registros (Qr_1)

Caracterização da Atividade 4

Esta atividade será desenvolvida a partir de uma contextualização envolvendo 4 (quatro) situações problemas, na tentativa de possibilitar uma maior integração entre teoria e prática visando trazer a realidade social do aluno para o contexto escolar.

REFERÊNCIAS

[1] BALBINI, J. & PASTOR, J. Historia de la Matemática: De la antigüedad a la baja Edad Media. Barcelona: gedisa. 2000.

[2] BARBOSA, J. L. Geometria Euclidiana Plana. Rio de Janeiro: SBM. 1997.

[3] BOYER, C. História da Matemática. São Paulo: Edgard Bücher. 2002.

[4] MACHADO, N. J. Matemática e Realidade: análise dos pressupostos filosóficos que fundamentam o ensino da matemática. São Paulo: Editora Cortez, 2001.

[5] RIBINIKOV, K. Historia de lãs Matemáticas. Madrid: Librería Rubiños. 1998.

[6] RONNAN, C. Historia ilustrada da ciência. Universidade de Cambridg, v. 1: dasorigens à Grécia. Rio de Janeiro: Jorge Zahar. 2001.

[7] RODRIGUES, H. O. Importância da Utilização de Recursos Didáticos em um Processo de Transposição Didática para Promover Aprendizagem Significativa. Tese de doutorado apresentada a Universidad Del Mar - Chile, para obtenção do título de Doutor em Educação. Viña Del Mar, agosto de 2011.

[8] SILVA, José Roberto; MOREIRA, Marco Antônio. Um Texto de Apoio Como Organizador Prévio: Combinatória para Ensino Fundamental e Ensino Médio. Trabalho publicado no V Encontro Internacional Sobre a Aprendizagem Significativa. Universidade de LA SALLE. Madrid. Setembro, 2006.

Capítulo 3

Proposta de ensino para o cálculo da probabilidade de um experimento aleatório utilizando como recurso didático material concreto manipulativo

Hélio Oliveira Rodrigues

Resumo: Nas últimas décadas muitos estudos têm sido desenvolvidos sobre o cálculo das probabilidades, isto se dá, não apenas, por este ser um tema de muita complexidade, mas, pelas dificuldades enfrentadas pelos docentes em trabalhar este conteúdo em sala de aula. Neste sentido, o presente estudo procura embasado na Teoria da Probabilidade estruturar aspectos relevantes, os quais organizados em forma de proposta didática para que os mesmos possam servir de ponte para enfocar o papel do rigor, da abstração e do formalismo para a construção do conhecimento matemático. Desta forma, numa abordagem ao conceito de Probabilidade de um Experimento Aleatório, utilizando como recurso didático material concreto manipulativo, o estudo em si visa buscar alternativas de ensino que possam facilitar o trabalho do professor na sala de aula e o desenvolvimento de recursos que facilitem a aquisição dos conceitos necessários durante o processo ensino aprendizagem.

Palavras Chave: Proposta de Ensino; Probabilidade de um Experimento Aleatório, Material Concreto Manipulativo.

1. INTRODUÇÃO

A matemática surgiu da necessidade do homem planejar e dividir o seu trabalho no cotidiano, com o início da revolução agrícola por volta de 9.000 a.C. (GARBI, 2006). A teoria da probabilidade foi desenvolvida, não apenas para resolver problemas, envolvendo jogos de azar, mas, para que o homem tivesse o conhecimento de suas possibilidades em ganha-los.

O trabalho tem como proposta didática, buscar alternativas visando facilitar o trabalho dos professores na sala de aula e desenvolver no campo da probabilidade técnicas de ensino utilizando como recursos didáticos manipulativos cartas de baralho, dados e medas, buscando a partir do conceito de probabilidade, a construção do conhecimento matemático. A justificativa do estudo se dá, a partir do momento que alguns autores, como por exemplo, Contador (2006), aponta que a Probabilidade de um Experimento Aleatório se caracteriza a partir de uma relação entre conjunto e subconjunto, ou seja, espaço amostral e evento, através do quociente entre o número de casos favoráveis e o número de casos possíveis.

Neste sentido, uma melhor compreensão dessa relação, acredita-se, poderá contribuir de forma significativa para construção do conhecimento, haja vista que a ideia do conceito de probabilidade começa a ser desenvolvido desde as séries iniciais do Ensino Fundamental e se estende até o Ensino Médio.

2. BREVE ABORDAGEM HISTÓRICA SOBRE A TEORIA DA PROBABILIDADE

Segundo Balbini & Pastor (2000), os primeiros estudos sobre probabilidade foram desenvolvidas com intenção de resolver problemas envolvendo jogos de azar. Eram os nobres e os jogadores profissionais que solicitavam isso, o primeiro trabalho realizado a respeito de previsões de resultados desses jogos está na obra intitulada *O livro dos jogos de azar,* publicado pelo matemático italiano Gerolamo em 1560. No entanto o desenvolvimento da Teoria da Probabilidade coube aos matemáticos franceses, Blaise Pascal e Pierre de Fermat, por volta de 1564. Segundo Boyer (1996), enquanto Pascal trabalhava em sua obra *As cônicas*, seu amigo Chevalier de Meré propunha-lhe questões para uma maior reflexão sobre o que pretendia desenvolver. Pascal escreveu a Fermat sobre tais desafios e a correspondência entre eles foi o ponto de partida para o desenvolvimento da moderna Teoria das Probabilidades. Muitos historiadores acreditam que os estudos de Fermat foram inspirados nas ideias de Cardano que hum século antes haviam sido esquecidas, embora nem Pascal, nem Fermat escrevessem seus resultados. Huygens em 1657 publicou um pequeno folheto, *De Ratiocniis in ludo aleae (*Sobre o raciocínio em jogos de dados) que foi estimulado pela correspondência entre os franceses. Enquanto isso, Pascal havia ligado o estudo da probabilidade com o triângulo aritmético, levando a discussão tão longe, que o arranjo triangular a partir daí ficou conhecido como Triângulo de Pascal. O triângulo tinha mais de 600 anos, mas Pascal descobriu algumas novas propriedades, que foram significativas para grandes estudos. Boyer ainda aponta que grandes foram as contribuições matemáticas de Jacques Bernoulli, que escreveu um tratado clássico chamado *Ars Conjectandi* (ou Arte de Conjeturar), publicado em 1713, que se tornou o mais antigo volume substancial sobre a teoria das probabilidades. Segundo Eves (2008) foi em 1812, Pierre Simon Laplace publicou a Teoria Analítica das Probabilidades e em 1814 escreveu o Ensaio Filosófico sobre a probabilidade. A teoria das probabilidades, no fundo, não é mais do que o bom senso traduzido em cálculo, que permite calcular com exatidão o que de certa forma as pessoas sentem por uma espécie

de instinto. É notável que tal ciência, que começou com estudos sobre jogos de azar, tenha alcançado os mais altos níveis do conhecimento humano.

Segundo Garbi (2006), a história da teoria das probabilidades mostra as contribuições de Cardano, Pascal, Fermat, Huygens e Poisson. Cardano era um excepcional cientista introduziu a noção moderna de probabilidade, ensinando várias formas de se trabalhar com os jogos. Já Pascal e Fermat por volta de 1564, lançaram as bases da moderna teoria das probabilidades seu envolvimento com tal teoria deu-se com Chevalier de Maré um jogador que Pascal conheceu em Paris. Chevalier de Meré, quando apresentou a Pascal algumas questões relativas aos jogos de azar, onde uma delas despertou-lhe o interesse. Em um jogo de aposta , quando o jogo ainda não tinha acabado, as quantidades de partidas que cada um havia vencido eram diferentes e foi a partir daí que surgiu o grande questionamento. Como dividir entre os dois jogadores a quantia apostada? Pascal encontrou uma elegante solução para o problema e ao discutir com Fermat chega ao mesmo resultado por meio da análise combinatória. Foi a partir daí que com várias cartas trocadas entre eles e discutindo passo a passo, que surgiu os fundamentos da Teoria das Probabilidades. Segundo Contador (2005), a probabilidade se caracteriza a partir de um experimento aleatório, espaço amostral e evento. Para o autor um experimento aleatório é aquele que mesmo que seja repetido várias vezes sob condições idênticas pode apresentar resultados variados, já o espaço amostral é dado como um conjunto formado por todos os resultados possíveis de um experimento aleatório e um evento é qualquer subconjunto do espaço amostral.

3. METODOLOGIA

A metodologia adotada teve uma abordagem quantitativa, qualitativa, exploratória de forma descritiva. Quantitativa por quantificar os dados obtidos através das informações obtidas através dos questionários investigativos (MOREIRA, 2003). Qualitativa por incentivar a partir da análise novas perspectivas, ideias e conceitos a partir dos dados obtidos (OLIVEIRA, 2008). Exploratória de forma descritiva, por explorar e descrever os dados a partir das análises, do fenômeno estudado (SEVERINO, 2000). O propósito da proposta didática tem como objetivo, buscar caracterizar uma visão panorâmica desse campo do conhecimento e, por isso, nem sempre será investido em um aprofundamento dos conteúdos abordados. O maior interesse da proposta se estabelece na intenção de melhor organizar a compreensão dos professores do Ensino Fundamental e Médio, para que eles possam inserir seus alunos no mundo matemático. No estudo foram utilizados como recursos didáticos cartas de baralho, dados e moedas, onde a partir deles pretende-se fazer o levantamento das propriedades necessárias, visando buscar alternativas para a aquisição do conceito de Probabilidades de um Experimento Aleatório, envolvendo a elaboração e compreensão de Proposições, Leis e Demonstrações. Para investigar se houve ou não evolução em termos da aquisição dos conceitos, procurou-se a partir de um conjunto de procedimentos desenvolvidos a partir de 5 (cinco) momentos, obedecendo as intenções visando promover uma Aprendizagem Significativa (RODRIGUES, 2011).

4. DELINEAMENTO DOS PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Os procedimentos metodológicos adotados no presente estudo foram desenvolvidos a partir de 5 (cinco) momentos, cujos propósitos educativos matemáticos podem ser percebidos através da diferença entre eles, segundo suas intenções didáticas enquanto objetivos geral e específicos.

Primeiro momento

No primeiro momento foi aplicado um questionário investigativo inicial, visando levantar os conhecimentos prévios dos alunos.

Segundo momento

No segundo foi realizada a leitura de um texto de apoio como organizadores prévios Silva e Moreira (2006), envolvendo a teoria da probabilidade, para socialização do conhecimento e reestruturar os conceitos necessários sobre o que se pretende ensinar.

Terceiro momento

Neste momento, a partir de uma intervenção foi feita uma abordagem ao conceito de probabilidade de um experimento aleatório visando uma maior interação sobre o se pretende ensinar.

Quarto momento

Neste momento foi desenvolvido um conjunto de atividades práticas sequenciadas em três partes, utilizando como recurso didático material concreto manipulativo. Cada atividade proposta, portanto, procura dar conta de um objetivo especifico enquanto ensinamento, como pode ser observado a seguir:

Atividade 1.- Vislumbrar propriedades da probabilidade de um experimento aleatório, a partir da utilização dos recursos didáticos manipulativos;

Descrição da atividade 1

Nesta atividade os alunos foram distribuídos em grupos, onde cada grupo contendo cinco participantes e utilizando tais recursos didáticos, a construção de um conjunto descrevendo todas as possibilidades de ocorrências de um experimento aleatório, ou seja, (casos possíveis - Espaço Amostral “S”) e um subconjunto do referido conjunto descrevendo todos os casos favoráveis de experimento aleatório, ou seja, (Evento “A”) a partir da retirada de uma carta do baralho, no lançamento de um dado e se obter um número par e, no lançamento de uma moeda se obter uma coroa. A meta dessa atividade é auxiliar os alunos a identificar as propriedades matemáticas que se estabelecem a partir dessas construções.

De inicio buscou-se restringir as interações e os debates entre os membros de cada grupo e o professor. Em seguida com a finalidade de partilhar as informações registradas por cada grupo foi feita uma socialização, onde cada grupo fazia seus registros no quadro 01, no presente estudo caracterizado como (Q1).

Quadro 1: Refere-se aos registros das informações obtidas em cada experimento

Características / Recursos didáticos	Espaço Amostral "S"	Evento "A"
Baralho		
Dado		
Moeda		

Intenções educativas da atividade 1

O propósito desta atividade em termos de conteúdo visa que cada aluno possa elencar todas as situações propostas. No que se referem ao desenvolvimento da atividade os indivíduos mesmo reunidos em seus grupos e trabalhando individualmente, pudessem buscar a socialização do conhecimento. Pois, esse procedimento faz com que muitos alunos que ainda não tenham desenvolvido habilidades as habilidades necessárias para tal fim, reestruturem seus conhecimentos.

Atividade 2.- Identificar as chances de ocorrência do experimento através de uma análise cuidadosa do conjunto utilizando raciocínio lógico, para sua caracterização segundo as propriedades concebidas na atividade anterior;

Descrição da atividade 2

Diante as concepções e registros obtidos na atividade 1, os alunos ainda reunidos em grupos e também interagindo inicialmente apenas com os membros do próprio grupo e com o professor tinham como meta além de identificar em cada situação por eles descritas, o número de elementos Espaço Amostral "n(S)", o número de elementos do Evento "n(A)" Para concluir esta atividade fez-se necessário registrar e sistematizar as informações obtidas, no quadro 2 que no presente estudo se caracteriza como (Q2).

Quadro 2: Refere-se as informações obtidas ao número de elementos em cada experimento

Características / Recursos didáticos	n(S)	n(A)
Baralho		
Dado		
Moeda		

Intenções educativas da atividade 2

O propósito desta atividade em termos de conteúdo é enfocar a partir de uma visão holística os conceitos necessários que os conduzam a determinação do número de elementos do Espaço Amostral "n(S)", bem como do Evento "n(A)" a partir das diferenças entre eles. No que se referem ao desenvolvimento da atividade, os indivíduos trabalharam individualmente utilizando o quadro 1 construído na atividade anterior, para concluir esta atividade com o preenchimento do quadro 2, no presente estudo caracterizado como (Q2).

Atividade 3.- Se almeja a aquisição do objeto matemático a partir do vislumbramento das propriedades concebidas na atividade 1 e da caracterização do Espaço Amostral construído na atividade 2, a partir da caracterização de um Evento "A" (todo subconjunto do Espaço Amostral) ou seja, a definição do Modelo Matemático Estatístico da Probabilidade de Experimento Aleatório, ou seja, a probabilidade de ocorrência de um experimento aleatório e igual ao quociente entre o número de casos favoráveis e o número de casos possíveis.

Descrição da atividade 3

Os alunos a partir de uma exploração cuidadosa do quadro 1 (Q1) e quadrado 2 (Q2), também agindo apenas entre os membros do grupo em si e com o professor, reportando-se as atividades 1 e 2 anteriores bem como as concepções levantadas no inicio desta atividade 3 utilizando cartas de baralho com a finalidade de demarcar as propriedades que envolve o conceito da Probabilidade de um Experimento Aleatório. Tais propriedades foram organizadas no quadro 3, no presente estudo caracterizado como (Q3).

Quadro 3: Refere-se as informações obtidas em cada experimento para o cálculo da probabilidade de um experimento aleatório

Características Recursos didáticos	n(S)	n(A)	P[n(S)/n(A)]
Baralho			
Dado			
Moeda			

Intenções educativas da atividade 3

O propósito desta atividade em termos de conteúdo é possibilitar a conceituação da Probabilidade de Experimento Aleatório, a partir dos resultados obtidos na atividade 2. No que se referem ao desenvolvimento da atividade os indivíduos trabalharam individualmente, utilizando o quadros (Q1) e Q(2) construído nas atividades anteriores para concluir esta atividade com o preenchimento do quadro 3, no presente estudo caracterizado como (Q3).

Quinto momento

No quinto momento foi aplicado um questionário investigativo final, visando confrontar os questionários investigativos. Tal procedimento justifica-se pela necessidade de verificar o nível de evolução dos alunos e melhor caracterizar as intenções educativas.

REFERÊNCIAS

[1] BALBINI, J. & PASTOR, J. Historia de la Matemática: De la antigüedad a la baja Edad Media, v. 1. Barcelona: Gedisa, 2000.

[2] BOYER, Carl B. História da matemática 2 ed. São Paulo – SP. Editora Edgard Blücher LTDA, 1996.

[3] CONTADOR, Paulo Roberto Martins. Matemática uma breve história , v. 3 . 1 ed. São Paulo – SP. Editora Livraria da Física , 2005.

[4] EVES, Howard, tradução: Hygino H. Domingues, Introdução à história da matemática. Campinas-SP: Editora da Unicamp, 2008.

[5] GARBI, Gilberto Geraldo. A rainha das ciências. 1 ed. São Paulo – SP . Editora Livraria da Física , 2006.

[6] MOREIRA, Marco A. Sobre Monografias, Dissertações, Teses, Artigos e Projetos de Investigação: Significados e recomendações para Principiantes na Área de Educação Científica. In: Actas del PIDEC: textos de apoio do Programa Internacional de Doutorado em Ensino de Ciências da Universidade de Burgos. v. 5. Editora Vitores: Marco Antônio Moreira e Concesa Caballero. Porto Alegre: UFRGS, 2003.

[7] OLIVEIRA, Maria Marly de. Como fazer projetos, relatórios, monografias, dissertações e teses. 4. ed. Rio de Janeiro: Elsevier, 2008.

[8] RODRIGUES, H. O. Importância da Utilização de Recursos Didáticos em um Processo de Transposição Didática para Promover Aprendizagem Significativa. Tese de Doutorado apresentada a Universidad Del Mal - Chile, para obtenção do título de doutor em agosto de 2011.

[9] SEVERINO, Antônio Joaquim. Metodologia do Trabalho Científico. 20. Ed. Editora Cortez. São Paulo, 2000.

[10] SILVA, J. R. y MOREIRA, M. A. (2006). Uso de um texto de apoio como organizador prévio: combinatória para o ensino fundamental e médio. V Encuentro Internacional sobre Aprendizage Singnificativo. Centro Superior de Estudios Universitarios LA SALLE, Madrid, España, 11-15 de septiembre.

Capítulo 4

Dificuldades de aprendizagem sobre a resolução de problemas envolvendo sistemas de equações do 2º grau no 1° ano do ensino médio

Hélio Oliveira Rodrigues

Resumo: Nos dias de hoje, muitas são as dificuldades dos alunos na hora de resolver problemas de sistemas de equações do 2º grau. Na Álgebra os alunos estranham quando surgem as letras ao invés de números, gerando uma certa confusão. Outra dificuldade dos alunos é na hora de passar da linguagem natural para a linguagem algébrica, em particular, problemas envolvendo sistemas de equações do 2º grau que é empregado em várias áreas do conhecimento, como na Engenharia, Química, Física. A presente pesquisa tem como objetivo analisar as dificuldades de aprendizagem dos alunos do 1º ano do Ensino Médio na resolução de problemas de sistemas de equações do 2º grau. A pesquisa foi desenvolvida com 29 (vinte e nove) alunos onde em um primeiro momento foi aplicado um questionário investigativo com 4 (quatro) questões. Os resultados analisados indicaram que os estudantes apresentaram dificuldades na interpretação do problema e nos métodos matemáticos para resolver os sistemas, bem como na transformação da linguagem contextualizada, para linguagem algébrica.

Palavras chave: Dificuldades de aprendizagem, Resolução de Sistemas de Equações do 2º Grau e Ensino Médio.

1. INTRODUÇÃO

Esta pesquisa tem o intuito de analisar as dificuldades enfrentadas pelos alunos do 1º ano do Ensino Médio, no ato da interpretação e resolução de problemas de sistemas de equações do 2º grau, onde as situações problemas envolveram duas incógnitas. A pesquisa está embasada na análise dos obstáculos em interpretar problemas, organizadas com base na teoria das Representações Semióticas de Duval (2005) e justifica-se, pela da necessidade de se buscar alternativas de ensino, para resolução de problemas que contribuam, tanto com o trabalho do professor, quanto com a aprendizagem do aluno na sala de aula nos momentos de ensinamento.

A pesquisa em si, se fundamentou a partir das concepções de Polya (1978), por defender que "resolver problemas é uma habilidade prática, como nadar, esquiar ou tocar piano: você pode aprendê-la por meio de imitação e prática (...) se você quer aprender a nadar você tem que ir à água e se você quer adquirir habilidades para resolver problemas, tem que se dedicar no enfrentamento de grande desafios Polya (1978, p.65). Pozo (1998, p.14) entende que ensinar os alunos a resolver problemas é "dotá-los da capacidade de aprender a aprender no sentido de habituá-los a encontrar por si mesmos, respostas às perguntas que os inquietam ou que precisam responder ao invés de esperar uma resposta já elaborada por outros e transmitida pelo livro texto ou pelo professor", entre outros.

A metodologia aplicada nesta pesquisa será desenvolvida a partir de uma abordagem quantitativa, qualitativa de forma exploratória descritiva, a partir das concepções de (MOREIRA, 2003; OLIVEIRA, 2008 e SEVERINO, 2000). Na descrição das análises dos resultados foram apresentados os dados estatísticos a partir de quadro de distribuição e frequência e gráfico, onde nas considerações finais foram definidos os resultados através da conclusão da pesquisa.

2. BREVE RELATO HISTÓRICO SOBRE OS SISTEMAS DE EQUAÇÕES

O aparecimento histórico de sistemas de equações lineares tem indícios na civilização egípcia com os problemas algébricos e na mesopotâmia quando "num texto da Babilônia antiga achamos duas equações lineares simultâneas em duas incógnitas." (Boyer, 2010, p. 14). Segundo Fernandes e Miyasaki (2011), no livro "Chiu-Chang Suan-Chu (Nove Capítulos sobre Aritmética)", há registro de um problema modelado por sistemas lineares em 250 a.C. que retrata um episódio de produção e comércio agrícola, como segue:

> Três fardos de uma boa colheita, dois fardos de uma colheita medíocre, e um fardo de uma colheita ruim foram vendidos por 39 dou. Dois fardos de boa, três da medíocre, e u da ruim foram vendidos a 34 dou; e uma boa, dois da medíocre, e três da ruim foram vendidos a 26. Qual o preço recebido pela venda de cada fardo associado a boa colheita, a colheita medíocre e a colheita ruim? FERNANDES e MIYASAKI (*apud* PEREIRA e HAFFNER, 2011, p.1).

Para Eves (1997), a Matemática oriental antiga deu maior atenção aos sistemas de equações lineares do que a Matemática ocidental. Os chineses usavam barras de bambus sobre quadrado de um tabuleiro para representar sistemas de equações lineares, através

de barras desse material para escrever seus coeficientes, consistindo em zerá-los através de operações elementares descobrindo um novo método de resolução por eliminação.

Segundo Luccas (2004, p.44), os matemáticos indianos realizaram importantes trabalhos relacionados principalmente, à produção algébrica, dentre eles, pode ser destacado o trabalho desenvolvido por Brahmagupta."

De acordo com Luccas (2004), apesar de registros tão remotos, só em 1683 Takakazu SekiKowa (1642-1708), considerado como o maior matemático japonês do século XVII, resolvendo um problema geométrico, deparou-se com sistemas de equações lineares, ele em seus estudos, percebeu ao aplicar seus cálculos que era possível uma generalização simplificada independente das incógnitas do sistema. O autor ainda aponta que Gauss sistematizou uma técnica de resolução de sistemas denominada Método da Eliminação, atualmente esse método se apresenta na forma como conhecemos hoje, ou seja, forma escalonada.

Gabriel Cramer (1704-1752) publicou a conhecida regra de Cramer em 1750 permitindo a resolução de um sistema a partir dos coeficientes de suas incógnitas e dos termos independentes das incógnitas. Essa regra já era conhecida por Maclaurin desde 1729 (BOYER, 2010. p.297).

Os progressos matemáticos de Euler e D'Lambert através das compilações de Etienne Bézout (1730-1783) tornaram bastante conhecidos. Etienne Bézout teve importante participação no uso de determinantes de eliminação algébrica, apresentando regras semelhantes às de Cramer. Para Ponte (*et al*; 2009, p. 148), os sistemas de equações com duas incógnitas, "proporcionam aos alunos um amplo conjunto de ferramentas para a modelação de situações da realidade (...) e contribui para desenvolver a capacidade de utilizar linguagem algébrica, o seu raciocínio matemático e a sua capacidade de resolver problemas."

3. CONCEITOS DA EDUCAÇÃO ALGÉBRICA NA LITERATURA E AS DIFICULDADES ENFRENTADAS NOS PROBLEMAS CONTEXTUALIZADOS

Para os PCN's (1998), no que se refere ao aluno, existe uma grande dificuldade na compreensão sobre o que é uma variável, pois, eles sempre associam a uma incógnita, ou seja, um valor a ser descoberto, causando uma problemática na aprendizagem. A proposta dos PCN's para os docentes é que ele trabalhe com várias concepções utilizando a geometria para ajudar os discentes a entender a generalização, ou seja, através de padrões.

É fundamental que os alunos entendam os conceitos algébricos e que consigam usar o que aprendeu no cotidiano sem se preocupar com algoritmos que buscam apenas resultados, deixando de lado a compreensão algébrica e passam o conteúdo de forma mecânica sem dá atenção a essência da álgebra que é ser criativo, ou seja, trocas de ideias para que ele passe a opinar.Os objetos matemáticos tais como expressões algébricas, equações usam letras e símbolos e enriquece a notação algébrica.

Segundo Garnica (2008):

> Concepções são, portanto, suportes para a ação. Mantendo-se relativamente estáveis, as concepções criam em nós alguns hábitos, algumas formas de intervenção que julgamos ser seguras (GARNICA, 2008, p. 499).

A interpretação do problema para linguagem algébrica é muito difícil para o aluno, e sabendo que o primeiro passo é a transição da linguagem contextualizada para a linguagem algébrica os alunos são apresentados a algo novo e desafiador, ou seja, uma nova linguagem simbólica, onde o pensamento aritmético é traduzido para a notação algébrica.

Como afirma Ponte (2005):

> (...) Ao lado das expressões numéricas, envolvendo números e operações com que contactaram anteriormente, surgem agora outras expressões, envolvendo novos símbolos e novas regras de manipulação, que remetem para outro nível de abstração. (PONTE, 2005, p.149).

Os PCN (BRASIL, 1998), aponta que se deve explorar situações problemas, quando forem desenvolvidos trabalhos a partir da álgebra, visando que o aluno tenha a perspectiva de dar sentido aos objetos matemáticos:

> O ensino de Álgebra precisa continuar garantindo que os alunos trabalhem com problemas, que lhes permitam dar significado à linguagem e às ideias matemáticas. Ao se proporem situações-problema bastante diversificadas, o aluno poderá reconhecer diferentes funções de Álgebra (ao resolver problemas difíceis do ponto de vista aritmético, ao modelizar, generalizar e demonstrar propriedades e fórmulas, estabelecer relações entre grandezas). (BRASIL, 1998, p.84).

A compreensão da matemática é muito difícil por parte do aluno, porque é considerada o terror de todas as disciplinas, por isso é preciso analisar o funcionamento para ajudar o mesmo em sua aprendizagem. Os conceitos da matemática são bastantes abstratos, ou seja, precisam de uma representação simbólica e são estudados por Raymond Duval, e denominado por ele como “registros de representação semiótica”

Os tratamentos e as conversões são dois tipos de variações dos registros de representação semiótica, eles são feitos dentro de um mesmo registro. Por exemplo, quando se aplica um dos métodos de resoluções para o sistema de equações está se fazendo um tratamento desse registro algébrico.

Quando se os utiliza apenas no registro algébrico, o aluno certamente aprenderá a resolvê-los usando um dos métodos de resolução. O que não fica claro para ele é que a solução encontrada verifica simultaneamente as duas equações do sistema, mas quando fazemos a conversão do registro algébrico para o registro geométrico esta lacuna é preenchida.

Segundo Durval, a falta da contextualização limita o aluno, pois alguns professores trabalham os sistemas já prontos, ou seja, na forma de registro algébrico, o que pode não dá sentido para o aluno, porém se forem apresentadas situações no registro da língua natural, essa dificuldade pode ser superada, pois ele passaria a interpretar o que está escrito.

4. METODOLOGIA

A metodologia aplicada nesta pesquisa foi desenvolvida a partir de uma abordagem quantitativa e qualitativa de forma exploratória descritiva, tendo como objetivo analisar as dificuldades dos alunos no ato da resolução de problemas de sistemas de equações do 2º grau. Quantitativa, por quantificar os dados obtidos através das resoluções do questionário (MOREIRA, 2003). Qualitativa, por estimular a análise proporcionando ao pesquisador o desenvolvimento de conceitos e ideias a partir de padrões encontrados nos dados obtidos (OLIVEIRA, 2008). Esses métodos apresentam uma abordagem especifica em relação aos dados coletados, onde a exploração dos fatos possibilitará uma maior compreensão do fenômeno investigado. Exploratória de forma descritiva, por possibilitar uma melhor compreensão do fenômeno estudado e descritiva por expor os dados através de análise de questionário (SEVERINO, 2000). O campo de pesquisa foi uma escola pública municipal do município de Vitória de Santo Antão e envolveu 29 (vinte e nove) alunos do 1º ano do Ensino Médio. O questionário investigativo foi desenvolvido a partir de 4 (quatro) questões propostas. Sua aplicação foi realizada durante 1 hora e 40 minutos, onde nenhum discente teve ajuda para responder ou qualquer intervenção. As análises dos dados foram feitas a partir dos erros e acertos.

Pressupostos investigativos

Neste momento serão demarcados os pressupostos investigativos, que servirão de escopo para régua de correção durante o processo avaliativo das questões propostas. Vale salientar que tais pressupostos se restringem apenas aos erros cometidos pelos alunos.

Questão 01

Na primeira questão, quando foi proposta uma situação problema, envolvendo um sistema de equações do 2° grau, espera-se que o aluno encontre a solução do sistema.

Questão 02

Na segunda questão, quando foi proposta uma situação problema abordando um sistema de equações do 2° grau, envolvendo o conceito de porcentagem, espera-se que o aluno determine as quantias que representam a solução do sistema.

Questão 03

Na terceira questão, quando foi proposta uma situação problema de forma mais elaborada sobre uma olimpíada de matemática, espera-se que o aluno aponte a quantidade de acertos e erros a partir do regulamento proposto.

Questão 04

Na quarta questão, quando foi proposta uma situação problema de múltipla escolha, espera-se que o aluno ao resolver a questão identifique a alternativa correta.

Problema de Pesquisa

Quais as dificuldades enfrentadas pelos alunos do º ano do Ensino Médio, no ato da resolução de problemas envolvendo sistemas de equações do 2º grau?

Objetivo Geral

Analisar as dificuldades apresentadas pelos alunos no ato da resolução de problemas envolvendo sistemas de equações do 2º grau.

Objetivos Específicos

- Levantar dados sobre as dificuldades dos alunos durante a resolução de problemas de sistemas de equações do 2º grau;
- Identificar as dificuldades apresentadas pelos alunos no ato da resolução dos sistemas de equações do 2º grau;
- Sugerir alternativas de ensino que contribuam com a resolução de problemas de sistemas de equações do 2º grau.

5. DESCRIÇÃO DAS ANÁLISES E RESULTADO DA INVESTIGAÇÃO

As informações obtidas através do questionário investigativo foram sistematicamente organizadas e registradas no **Quadro 01,** como pode ser observado a seguir. Vale salientar, que as duas primeiras questões do questionário investigativo se apresentam no presente estudo como de ordem conceitual, enquanto que as duas últimas por serem de ordem prática, se caracterizam como questões foco da pesquisa.

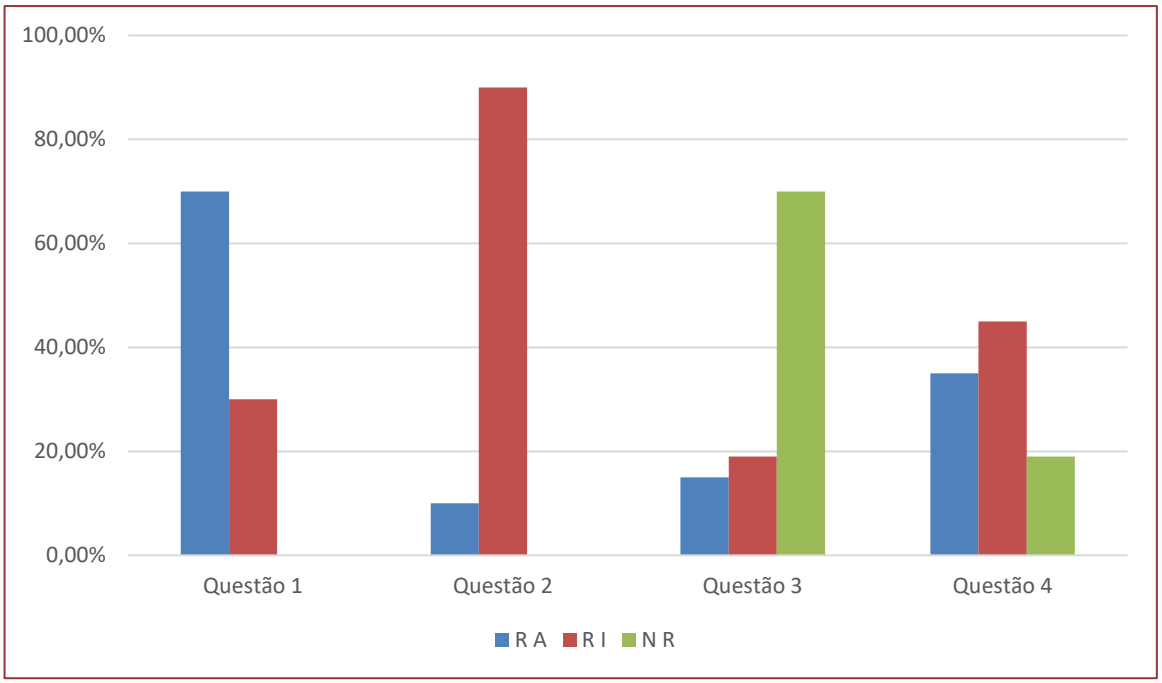
Quadro 1: Referente ao questionário investigativo aplicado aos estudantes

Questões	Respondeu				NR %		Total de alunos
	RA	%	RI	%			
01	20	68,97	09	31,03	0	0	29
02	03	10,34	26	89,66	0	0	29
03	04	13,79	05	17,24	20	68,97	29
04	10	34,48	14	48,28	05	17,24	29

Através das informações dispostas no **Quadro 01** do questionário investigativo, nota-se que os alunos em sua maioria apresentaram dificuldades em resolver problemas de sistemas de equações do 2º grau.

As informações obtidas no questionário investigativo possibilitaram a partir do **Quadro 01** a sistematização da forma geométrica do **Gráfico 01**, tal procedimento se deu, na tentativa de se possibilitar uma melhor percepção para discussão dos resultados.

Gráfico 01: Referente ao questionário investigativo aplicado aos estudantes



A partir dos resultados do **Quadro 01 e Gráfico 01** acima, referentes ao questionário investigativo foi possível observar, que os alunos do 1º ano do Ensino Médio, em sua maioria não apresentaram bons resultados.

Caracterizações das análises do resultado da investigação

Na primeira questão, quando foi questionado aos alunos uma situação problema visando que ele pudesse encontrar o sistema e resolvê-lo em seguida, 68,97% deles responderam adequadamente, 31,03% responderam inadequadamente. É possível perceber que esta questão apontou poucas dificuldades pelos alunos no que diz respeito a transposição da linguagem natural para a algébrica e em seguida a resolução do sistema encontrado.

Na segunda questão, quando foi questionado aos alunos sobre uma situação do cotidiano, onde pede que eles achem o sistema e depois resolva achando as respectivas mesadas, 10,34% dos alunos responderam adequadamente e 89,66% responderam inadequadamente. Isto aponta as dificuldades apresentadas pelos alunos na transposição do problema.

Na terceira questão, quando foi questionado sobre uma situação problema na forma contextualizada sobre uma olimpíada de matemática, onde eles tinham que interpretar o significado do problema transpor para a linguagem algébrica e resolver encontrando o número de acertos e de erros, 13,79 responderam adequadamente, 17,24 responderam inadequadamente e 68,97 não responderam. Isto caracteriza a grande dificuldade apresentada pelos alunos no que diz respeito a resolução de problemas de sistemas de equações do 2º grau, quando se envolvem a transposição da linguagem natural para a linguagem algébrica.

Na quarta questão, quando foi questionado aos alunos uma situação problema visando a interpretação de uma situação de forma contextualizada envolvendo um sistema de equação do 2º grau, era preciso que o aluno achasse o sistema e o resolvesse achando as quantidades desconhecidas, 34,48% deles responderam adequadamente, 48,28% responderam inadequadamente, 17,24% não responderam. Isto caracteriza as dificuldades dos alunos no momento da resolução de problemas.

6. CONSIDERAÇÕES GERAIS E DEFINIÇÃO DA PESQUISA

Nos dias atuais, uma das grandes dificuldades enfrentadas pelos alunos, diz respeito a transformação da linguagem. Neste sentido, o presente estudo destinou-se analisar as dificuldades na resolução e na transposição da linguagem natural para a algébrica em problemas envolvendo sistemas de equações do 2º grau no Ensino Médio. Tais estruturações se caracterizam como grande preocupação dos professores na sala de aula, acredita-se, pela falta de recursos que possibilitem uma melhor integração entre a teoria e a prática. Na presente pesquisa o que pode ser percebido é que os alunos em sua maioria não conseguiram resolver as questões propostas de forma contextualizada, apresentando inclusive dificuldade de leitura e interpretação. Isto fica evidente, a partir do momento em que nas questões 04 e 05 respectivamente, caracterizadas como foco da pesquisa, na primeira quando foi apresentada uma média percentual de 43,15% e na segunda quando foi apresentada uma média percentual de 32,76%, responderam a questão de forma inadequada ou não souberam responder as questões.

Portanto, as dificuldades enfrentadas pelos alunos do 8º ano do Ensino Fundamental, ficam caracterizadas a partir de 3 (três) momentos, ou seja: No primeiro, quando é exigido o processo de transformação da forma natural para forma algébrica. No segundo pelo não domínio dos procedimentos metodológicos no ato da resolução dos problemas. No terceiro pela dificuldade de leitura e interpretação, para conversão da linguagem corrente para a linguagem matemática.

REFERÊNCIAS

[1] BOYER. C.B. História de Matemática. 3. ed. São Paulo: Blucher, 2010.

[2] DUVAL, Raymund. Registros de Representações Semióticas e Funcionamento Cognitivo da Compreensão em Matemática. IN : Machado, Silvia Dias Alcântara (org.), Aprendizagem em Matemática: Registros de Representação Semiótica. Campinas: Papirus, 2005.

[3] EVES, Howard, tradução: Hygino H. Domingues, Introdução à História Da Matemática. Campinas-SP: editora Unicamp, 2008.

[4] FERNANDES, W. M. A.; MIYASAKI, R. Sistemas Lineares e Aplicações. Anais IX Seminário de Iniciação Científica, VI Jornada de Pesquisa e Pós-Graduação e Semana Nacional de Ciência e Tecnologia, Anápolis, 2011.

[5] GARNICA, A. V. M. Um ensaio sobre as concepções de professores de Matemática: possibilidades metodológicas e um exercício de pesquisa. Educação e Pesquisa, São Paulo, v. 34, n.3, p. 495-510, set./dez. 2008. Disponível em: http://www.revistas.usp.br/ep/article/view/28102 Acesso em: agosto 2014.

[6] LUCCAS, S. Uma abordagem histórico-filosófica no ensino e na aprendizagem dos sistemas de equações lineares e determinantes. VIII Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM), Recife, Brasil, 2012.

[7] MEC (1998) Parâmetros curriculares nacionais: terceiro e quarto ciclos: apresentação dos temas transversais – 1998. Secretaria de Educação Fundamental, Ministério da Educação e do Desporto, Brasília, DF.

[8] MOREIRA, Marco A. Sobre Monografias, Dissertações, Teses, Artigos e Projetos de Investigação: Significados e recomendações para Principiantes na Área de Educação Científica. In: Actas del PIDEC: textos de apoio do Programa Internacional de Doutorado em Ensino de Ciências da Universidade de Burgos. v.. 5. Editores: Marco Antônio Moreira e Concesa Caballero. Porto Alegre: UFRGS, 2003.

[9] OLIVEIRA, Maria Mary.Como fazer Projetos, Monografias, Dissertações e Tese/ Maria Mary de Oliveira – 4ªEd.-Rio de Janeiro: Elsevier,2008.

[10] POZO. J. I. ; ANGÓN, Y. P. A solução de problemas como conteúdo procedimental da educação básica. In: POZO, J. I. (Org.) A solução de problemas. Porto Alegre: Artmed, 1998.

[11] PONTE, J. P. Álgebra no currículo escolar. Educação e Matemática, nº 85, p.149, 2005.

[12] POLYA, G. A arte de resolver problemas: um novo aspecto do método matemático. Tradução e adaptação: Heitor Lisboa de Araújo. Rio de Janeiro: Interciência, 2006.

[13] PONTE, J. P., Branco, N. & Matos, A. Álgebra no ensino básico. Lisboa: Ministério da Educação, 2009.

[14] SEVERINO, Antônio Joaquim. Metodologia do Trabalho Científico. 20 ed. Editora Cortez. São Paulo, 2000.

Capítulo 5

Modelagem matemática a partir da relação entre a área cultivada e a produção mensal do chuchu no agreste de Pernambuco

Hélio Oliveira Rodrigues

Resumo: A Modelagem Matemática é um ramo da Educação Matemática muito importante, que permite estudar as práticas metemáticas nos seus mais diversos campos do conhecimento e entre eles, os que envolvem aspectos socioculturais. Neste sentido, o presente estudo tem como objetivo analisar as práticas matemáticas utilizadas no campo e que podem ser integradas ao contexto escolar. A justificativa se dá pelo desenvolvimento do um estudo a partir da modelagem matemática se tornar relevante, não apenas, pela integração entre a teoria e a prática no campo, mas por contribuir com a construção do conhecimento matemático. O estudo em si, envolveu um grupo de agricultores, trabalhadores rurais do Município de Gravatá, tal estudo visa mostrar que a matemática trabalhada na agricultura, pode ser integrada a matemática ensinada na sala de aula. A metodologia desenvolvida no referido estudo se deu através uma pesquisa quantitativa, qualitativa de forma exploratória descritiva, onde com base nos resultados dos questionários investigativos foi possível verificar que a utilização da modelagem matemática no campo pode contribuir diretamente com a construção do conhecimento matemático, nos seus mais diferentes níveis de escolarização. Os modelos matemáticos encontrados e testados apresentaram resultados significativos com a realidade dos trabalhos desenvolvidos pelos agricultores e poderão dar grandes contribuições tanto aos agricultores, quanto as escolas do Município e principalmente contribuir com a integração entre a teoria e a prática.

Palavras chave: Educação Matemática, Modelagem matemática, Atividades socioculturais.

1. INTRODUÇÃO

Nas últimas décadas a matemática tem sido considerada como umas das mais difíceis disciplinas a serem trabalhadas na sala de aula, os professores costumam aborda-la a partir de temas isolados de maneira repetitiva sem buscar novas técnicas de ensino que possam contribuir para uma melhor aprendizagem e principalmente sem interagir a realidade do aluno ao contexto escolar, como diz os PCN's (1998) que "valorizar esse saber escola em que o aluno está inserido é de fundamental importância para o ensino aprendizagem. Nessa perspectiva procura-se desenvolver um trabalho de Modelagem Matemática com a finalidade não apenas de organizar, mas de buscar alternativas que contribuam com a aprendizagem no campo da Educação Matemática. Esse campo do conhecimento se caracteriza, não apenas como destaque, mas, como uma nova tendência para o caminho do ensino da Matemática. Isto fica bem demarcado quando é apontado que'' a Modelagem Matemática procura entender a realidade e a partir dela, chegar á ação pedagógica de maneira natural mediante um enfoque cognitivo com forte fundamentação cultural.

Problema de pesquisa

Como se estabelece a taxa de variação da função a partir da relação entre a produção mensal e o percentual da produção total do chuchu em cada conta de terra pesquisada?

Objetivo Geral

Analisar como se estabelece a relação entre a área cultivada e a produção mensal em cada conta de terra pesquisada.

Objetivos Específicos

- ✓ Levantar dados sobre á relação entre a produção mensal de chuchu e o percentual da produção total nas hortas em cada conta de terra pesquisada;
- ✓ Identificar como se estabelece a relação entre a produção mensal e o percentual da produção total nas hortas em cada conta de terra pesquisada;
- ✓ Estabelecer um modelo matemático a partir da relação entre a produção mensal e o percentual da produção total do chuchu nas hortas em cada conta de terra pesquisada.

2. BREVE ABORDAGEM HISTÓRICA SOBRE MODELAGEM MATEMÁTICA

Segundo Bean (2009), no campo da modelagem matemática existem múltiplas realidades, onde a criação de modelos nos remete tanto às situações quanto aos interesses de cada comunidade. A modelagem em seu processo de criação de modelos pode ser tida como uma atividade humana na qual, uma parte da realidade está conceitualizada, onde o cerne da modelagem reside no recorte e na formulação de um isolado fenômeno com fundamentos em premissas e pressupostos que remetem tanto ao fenômeno, quanto aos objetivos do modelador (BEAN, 2009, p.2). Na visão de Burak (1992, p.62), a Modelagem Matemática constitui-se em um conjunto de procedimentos cujo objetivo é construir um paralelo para tentar explicar, matematicamente, os fenômenos presentes no cotidiano do ser humano, ajudando-o a fazer predições e a tomar decisões. Para Marincek (2001, p.22), a solução de problemas pode ser por tanto, um instrumento importante no desenvolvimento de habilidades, como astúcia, raciocínio, argumentação e ação e nesses

casos, a Modelagem Matemática se constitui acima de tudo como novas perspectivas, possibilitando a exploração de algo imaginável. Biembengut e Hein (2005), apontam que a modelagem matemática é o processo que envolve a obtenção e analise de um modelo, esse processo de modelagem pode ser considerado um trabalho criativo e artístico, pois para se elaborar um modelo deve-se ter além do conhecimento matemático, uma dose significativa de intuição e visão para perceber os modelos matemáticos nos mais diversos contextos e também observar qual o melhor conteúdo matemático que se adapta ao modelo que pretendemos criar. Para alguns autores, a elaboração de um modelo depende do conhecimento que se tem, pois, se o conhecimento matemático restringe-se a uma matemática elementar como aritmética, o modelo pode ficar delimitado a esses conceitos, pois, tanto maior forem os conhecimentos matemáticos, maiores serão as possibilidades de está restrito a sofisticação matemática. Para D'Ambrósio (2002), por exemplo, as relações econômicas como o comércio das feiras livres, bem como, os sistemas de produção como a agricultura exigem a construção e aplicação de saberes matemáticos e podem está mais próximo das escolas. D'Ambrósio ainda aponta que a função dos modelos é servir de instrumento para planejamento podendo as simulações serem realizadas desde uma simples projeção ou tendência até sistemas complexos em sua distribuição espacial e se forem discorridas corretamente, pode contribuir com decisões significativas, para realizar escolhas entre cenários simulados pela modelagem.

3. IMPORTÂNCIA DA MODELAGEM A PARTIR DOS PCN'S PARA A APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA

Segundo Biembengut e Hein (2005) o ensino de matemática precisa volta-se para a formação do conhecimento matemático e da habilidade em aplicações nas situações cotidianas da vida de nossos alunos. Isto significa ir além das simples resoluções de questões matemáticas, muitas vezes sem significado para o aluno, e levá-lo a adquirir uma melhor compreensão tanto da teoria matemática quanto da natureza do problema a ser modelado.

Para Biembengut e Hein (2005), a modelagem matemática no ensino pode ser um caminho para despertar no aluno o interesse pela busca do conhecimento, isto, porque a ele está sendo dada a oportunidade de estudar por meio de pesquisa desenvolvendo não apenas o seu interesse, mas também, seu senso crítico. Bassanezi (2006), a partir de suas considerações aponta que trabalhar com modelagem no ensino não e mera questão de ampliar conhecimentos matemáticos, mas, sobretudo de ser estruturar a maneira de pensar e agir do aluno espera que durante o processo de modelagem educandos e professores adquiram e desenvolvam o senso critico, ou seja, forma de cidadania baseada no entendimento comum.

De acordo com Araújo (2002), a modelagem matemática independentemente do contexto em que esteja presente, tem como um de seus objetivos a resolução de algum problema da realidade por meio do uso de teorias e conceitos matemáticos, mas, ao ser levada a sala de aula sofre mudanças a partir das perspectivas dos fenômenos envolvidos. Araújo ainda aponta que essas diferenças se apresentam a medida que se define a realidade na qual o problema está inserido, como a matemática é concebida e se relaciona com tal realidade. Os parâmetros curriculares nacionais (PCN's, 1998) sugere as reflexões do ensino da matemática como de alta importância para o professores através de 3 (três) situações, ou seja:

i. identificar as principais características dessa ciência, de seus métodos, de suas ramificações e aplicações;

ii. conhecer a histórias da vida dos alunos seus conhecimentos informais sobre um dado assunto, suas condições sociológicas, psicológicas e culturais;

iii. ter clareza de suas próprias concepções sobre a matemática, uma vez que a pratica em sala de aula, as escolhas pedagógicas a definição de objetivos de ensino e as formas de avaliação estão intimamente ligadas a essas concepções. (PCN's 1998).

Tais propósitos se apoiam a partir dessas considerações, quando na Educação Matemática se busca um trabalho que explique, entenda e conviva com procedimentos, técnicas e habilidades matemáticas desenvolvidas no entorno sociocultural de certos grupos sociais.

4. CARACTERIZAÇÕES DA ESTRUTURA DO CULTIVO DO CHUCHU DO PLANTIO A COLHEITA

No município de Chã Grande existem muitas culturas e entre elas, a do desenvolvimento dos chuchus, que se dá a partir de diversos estágios de crescimento. O chuchuzeiro é uma planta trepadeira que pode produzir por vários anos possuindo ramas longas com até 15m de comprimento onde apresentam anéis para sustentação no lugar onde sobem as ramas e saem folhas em formato de coração. A cultivação do chuchuzeiro é feita dos frutos maduros brotados; os agricultores produzem seus próprios frutos - sementes. O fruto deve estar duro, e com sinais de abertura onde o olho irar crescer, com características de forma e textura desejadas. A semente está apta para o plantio quando a brotação tiver 10 a 15 centímetros de altura. As flores são amareladas e separadas em fêmeas e machos, distintas na mesma planta; a fecundação da flor é totalmente dependente da polinização de abelhas silvestres. O fruto- chuchu é suculento de forma alongada, podendo ter cor branca/creme, verde/claro ou verde/escuro, liso ou enrugado, com ou sem espinhos. A colheita é realizada através de bolças, com capacidade para 50 frutos, prontos para o consumo no mercado.

O chuchuzeiro é cultivado a partir do plantio de um fruto maduro, quando a ponta mais larga começa a se abrir, por vezes até já brotando o primeiro ramo. Preparar a cova de plantio com estrumo de gado bem curtido, cerca de 2 kg por muda, adicionando 100 gramas de adubo NPK formulação 4-14-8 e composto orgânico, misturando e regando. As áreas pesquisadas foram demarcadas a partir de 3 (três) categorizações, como pode ser observado a seguir. A primeira identificada como horta de cima, no estudo caracterizada como conta de terra "A", ocupa uma área aproximadamente de 10.000m^2 e suas dimensões tem 10m de comprimento por 28m de largura, o equivalente a uma área de 280m^2. A segunda identificada como horta do meio, ou conta de terra "B", ocupa uma área aproximadamente de 10.000 m^2, e suas dimensões tem 10m de comprimento por 24m de largura, o equivalente a uma área de 240 m^2. A terceira identificada como horta do canto, ou conta de terra "C", ocupa uma área aproximadamente de 10.000 m^2, e suas dimensões tem 10m de comprimento por 32m de largura, o equivalente a uma área de 320m^2. No que diz respeito as necessidades da planta, a temperatura varia entre 13ºC e 27ºC, temperaturas mais elevadas provocam queda das flores e frutos. Os terrenos devem ser de topografia plana a levemente ondulada, próximos a fonte de água, que não recebam sol

poente. No que refere ao plantio, no preparo do solo é de fundamental importância que seja feita a limpeza do terreno, aração e gradagem, antes e depois da aplica-se o calcário se for o caso. O preparo do solo deve ser iniciado 90 dias antes do plantio. Em áreas declivosas não se faz movimentação do solo.

5. METODOLOGIA

A metodologia adotada neste trabalho teve uma abordagem quantitativa, qualitativa, exploratória de forma descritiva. Quantitativa por quantificar os dados obtidos através de amostras, que se caracterizam apropriadas a situações que possibilitem a utilização de medidas (OLIVEIRA, 2008). Qualitativa por ter como objetivo levar o pesquisador a uma análise mais específica dos fenômenos estudados, ações das pessoas, grupos ou organizações em seu ambiente social, permitindo ao pesquisador desenvolver conceitos e ideias através de padrões encontrados nos dados obtidos (SEVERINO, 2000). Oliveira ainda aponta que uma pesquisa exploratória de forma descritiva, se caracteriza pela necessidade da busca de subsídios para uma maior compreensão do que está sendo estudado. O estudo em si, está inserido no campo da Educação Matemática a partir do que sugere os PCN's (1998), uma reflexão sobre a modelagem matemática para o ensino da matemática, visando integrar teoria e prática. Os procedimentos metodológicos foram desenvolvidos a partir das concepções Biembengut (2002), através de uma dinâmica envolvendo 04 (quatro) momentos. No primeiro foi realizada uma interação para coleta de dados quantitativos e informações para auxiliar a apresentação de hipóteses. No segundo foi realizada a sistematização dos conceitos utilizados para formalização dos modelos matemáticos. No terceiro os dados coletados foram dispostos em tabelas de distribuição de frequência, visando consequentemente, a interpretação da solução de forma analítica e uma melhor demarcação das representações gráficas. No quarto momento foi realizada a validação dos modelos em conformidade com a realidade pesquisada. O trabalho está inserido no campo da Educação Matemática, dele participaram 5 (cinco) agricultores, onde após a primeira visita foram acontecendo os acompanhamentos semanais até serem obtidos todos os dados do crescimento do chuchu.

6. DESCRIÇÃO DAS ANÁLISES DO RESULTADO DA INVESTIGAÇÃO

Neste momento serão descritas as análises dos dados, das informações obtidas através da coleta de dados do questionário investigativo. Tais dados foram sistematicamente organizados e registrados nas Tabelas e Gráficos e referem-se às questões foco da pesquisa. Essas questões foram fundamentais, para o desenvolvimento da matematização e consequentemente, obtenção do modelo matemático das hortas "**A**", "**B**" e "**C**" que serviram de campo de pesquisa, para o referido estudo. O modelo matemático foi desenvolvido através do estabelecimento da relação entre a produção mensal e a produção total.

Características Específicas da Horta "A"

As informações obtidas e registradas na **Tabela 01** referem-se aos dados coletados na horta "**A**" da teve como objetivo levantar os dados necessários visando a elaboração e desenvolvimento do modelo matemático.

Tabela 01: referente a horta "A"

Semanas	Áreas/mª plantada	Torcerias	Quantidade de bolças semanais de chuchu						Produção Total
			JUL	AGO	SET	OUT	NOV	DEZ	
1	10x28x2	35	18	26	34	36	22	16	154
2	-	-	36	28	39	17	21	23	164
3	-	-	32	24	36	16	18	28	154
4	-	-	28	32	27	17	20	36	160
Produção Mensal	-	-	114	110	136	86	83	103	632
%	-	-	18,05%	17,41%	21,51%	13,61%	13,13%	16,29%	100%

Observando-se quadro acima é possível identificar as variações dos percentuais obtidos a partir da relação entre a produção mensal e o percentual da produção total. Vale salientar que as informações obtidas e registradas na **Tabela 01**, referentes aos dados coletados na horta "**A**" tem como objetivo possibilitar uma melhor visibilidade do fenômeno estudado.

Demarcação do modelo matemático da horta "A" a partir dos dados da Tabela 01

Neste momento serão desenvolvidos os cálculos matemáticos, para se buscar o modelo matemático da horta "**A**". Tal modelo será desenvolvido a partir das caracterizações de uma função linear afim, ou seja, da forma **f(x) = ax + b**. A decisão da utilização da função se deu, pela posição de alinhamentos dos pontos P_1 e P_5 descritos na tabela.

$$P_1(83; 13{,}14) \; e \; P_5(114; 18{,}04)$$

$$f(x) = ax + b$$

$$\begin{cases} 83a + b = 13{,}14 \\ 11a + b = 18{,}04 \end{cases} \therefore b = 13{,}14 - 83a$$

Logo, $114a + 13{,}14 - 83a = 1804 \; \therefore \; 31a = 18{,}04 - 13{,}14 \; \therefore \; 31a = 4{,}9$

$$\therefore a = 4{,}9/31 \; \therefore \boldsymbol{a = 0{,}158}$$

Assim, $b = 13{,}14 - 83^a \therefore b = 13{,}14 - 83.0{,}158 \therefore b = 13{,}14 - 13{,}11$

$$\therefore \mathbf{b = 0{,}03}$$

Portanto, o modelo matemático procurado da conta de terra "**A**" pode ser dado por:

$$\mathbf{f(x) = 0{,}158x + 0{,}03}$$

Teste para validação do modelo a partir da taxa de variação da horta "A"

A taxa de variação de uma função é dada por: f(x) = [f(x + Δx) – f(x)]/Δx. Desta forma, a partir do desenvolvimento da taxa de variação da função **f(x) = 0,158x + 0,03** através da relação entre os pontos do plano: P_1 e P_2 = 0,16; P_3 e P_2 = 0,157; P_4 e P_3 = 0,16; P_5 e P_4 = 0,16 e P_6 e P_5 = 0,157, pode ser verificado que todos esses valores estão muito próximos do coeficiente angular da reta descrita pela função.

Características Específicas da Horta "B"

As informações obtidas e registradas na **Tabela 02** referem-se aos dados coletados na horta "**B**" e teve como objetivo a elaboração e desenvolvimento do modelo matemático.

Tabela 02: referente a conta de terra "B"

Semanas	Áreas/mª plantada	Torcerias	Quantidade de bolças semanais de chuchu						Produção Total
			JUL	AGO	SET	OUT	NOV	DEZ	
1	10x24x2	30	18	24	32	34	22	14	144
2	-	-	34	26	37	15	19	21	152
3	-	-	30	22	34	14	16	26	142
4	-	-	26	30	25	15	18	34	148
Produção Mensal	-	-	108	102	128	78	75	95	586
%	-	-	18,44%	17,40%	21,84%	13,32%	12,79%	16,22%	100%

A partir da tabela acima é possível observar as variações dos percentuais obtidos através da relação entre a produção mensal e o percentual da produção total.

As informações registradas na **Tabela 02** referem-se aos dados da horta "**B**" tem como objetivo possibilitar uma melhor visibilidade do fenômeno estudado.

Demarcação do modelo matemático da horta "B"

Nos cálculos abaixo, para se buscar o modelo matemático da horta "**B**", o modelo foi desenvolvido a partir das caracterizações de uma função linear afim, ou seja: **f(x) = ax + b**.

A decisão da utilização da função se deu, pela posição de alinhamentos dos pontos no plano.

$$P_1(75; 12{,}80)\ e\ P_5(108; 18{,}44)$$

$$f(x) = ax + b$$

$$\begin{cases} 75a + b = 12{,}80 \\ 108a + b = 18{,}44 \end{cases} \therefore b = 12{,}80 - 75a$$

Logo $108a + 12{,}80 - 75a = 18{,}44 \therefore 33a = 18{,}44 - 12{,}80$

$$\therefore 33a = 5{,}64 \ \therefore \boldsymbol{a = 0{,}170}$$

Assim, $b = 12{,}80 - 75.0{,}170 \ \therefore b = 12{,}80 - 12{,}75$

$$\therefore \mathbf{b = 0{,}05}$$

Portanto, o modelo matemático procurado da conta de terra "B" pode ser dado por:

$$\mathbf{f(x) = 0{,}170x + 0{,}05}$$

Teste para validação do modelo a partir da taxa de variação da "B"

A taxa de variação da função é dada por: f(x) = [f(x + Δx) – f(x)]/Δx. Desta forma, a partir do desenvolvimento da função **f(x)= 0,170x + 0,05** entre os pontos do plano: P_1 e P_2 = 0,176; P_3 e P_2 = 0,170; P_4 e P_3 = 0,168; P_5 e P_4 = 0,173 e P_6 e P_5 = 0,170, pode ser

verificado que todos esses valores estão muito próximos do coeficiente angular da reta descrita pela função.

Características Específicas da Horta "C"

As informações obtidas e registradas na **Tabela 03** referem-se aos dados coletados na horta "**C**" teve como objetivo levantar os dados necessários visando o desenvolvimento do modelo matemático.

Tabela 03: referente a horta "C"

Semanas	Áreas/mª plantada	Torcerias	Quantidade de bolças semanais de chuchu						Produção Total
			JUL	AGO	SET	OUT	NOV	DEZ	
1	10x32x2	40	20	26	34	36	22	16	156
2	-	-	36	28	39	17	21	23	164
3	-	-	32	24	36	16	18	28	154
4	-	-	28	32	27	17	20	36	160
Produção Mensal	-	-	116	110	136	86	83	103	634
%	-	-	18,29%	17,36%	21,46%	13,56%	13,09%	16,24%	100%

A partir da tabela acima é possível observar as variações dos percentuais obtidos através da relação entre a produção mensal e o percentual da produção total. As informações registradas na **Tabela 03** referem-se aos dados coletados na horta "**C**" tem como objetivo possibilitar uma melhor visibilidade do fenômeno estudado.

Demarcação do modelo matemático da horta "C"

Os cálculos para se buscar o modelo matemático da horta "**C**", foram desenvolvidos a partir das caracterizações de uma função linear afim, ou seja: **f(x) = ax + b**. A decisão da utilização da função se deu, pela posição de alinhamentos dos pontos no plano.

$$P_1(83; 13{,}09)\ e\ P_5(116; 18{,}29)$$

$$f(x) = ax + b$$

$$\begin{cases} 83a + b = 13{,}09 \\ 116a + b = 18{,}29 \end{cases} \therefore b = 13{,}09 - 83a$$

Logo, $116a + 13{,}09 - 83a = 18{,}29 \therefore\ 33a = 18{,}29 - 13{,}09$

$$\therefore\ 33a = 5{,}20\ \therefore \mathbf{a = 0{,}157}$$

Assim $b = 13{,}09 - 83^a \therefore b = 13{,}09 - 83.0{,}157$

$$\therefore \mathbf{b = 0{,}06}$$

Portanto, o modelo matemático procurado da horta "C" pode ser dado por:

$$\mathbf{f(x) = 0{,}157x + 0{,}06}$$

Teste para validação do modelo a partir da taxa de variação da horta do canto

A taxa de variação de uma função é dada por: f(x) = [f(x + Δx) – f(x)]/Δx. Desta forma, a partir do desenvolvimento da taxa de variação da função **f(x)= 0,157x + 0,06**

através da relação entre os pontos do plano: P_1 e P_2 = 0,156; P_3 e P_2 = 0,157; P_4 e P_3 = 0,16; P_5 e P_4 = 0,155 e P_6 e P_5 = 0,158, pode ser verificado que todos esses valores estão muito próximos do coeficiente angular da reta descrita pela função.

7. CONSIDERAÇÕES GERAIS E DEFINIÇÃO DO ESTUDO

A modelagem matemática se caracteriza como a arte não apenas de resolver, mas, de formular expressões que valham para uma solução particular e para outras aplicações de fatos do cotidiano e na ciência, a noção de modelo é fundamental não apenas, para uma melhor compreensão, mas, para o estudo de fenômenos mais específicos nos campos físico, químico, biológico e social. Desta forma, no presente estudo, através das análises da investigação pode-se se concluir que na horta "**A**", ficou caracterizado que a taxa de variação da função a partir da relação entre a produção mensal e o percentual da produção total se deu a partir de uma função linear afim em que **x** representa o tempo em meses e **y** representa o percentual da produção e se estabelece a partir do modelo: **f(x) = 0,158x + 0,03** durante 6 (seis) meses, sendo 0,158 o coeficiente angular que representa a taxa média da produção semanal e 0,03 que representa o coeficiente linear. Na horta "**B**" ficou caracterizado que a taxa de variação da função a partir da relação entre a produção mensal e o percentual da produção total em que **x** representa o tempo em meses e **y** representa o percentual da produção e se estabelece a partir do modelo **f(x) = 0,170x + 0,05** durante 6 (seis) meses, onde 0,170 é o coeficiente angular que representa a taxa média de da produção semanal e 0,05 que é o coeficiente linear. Já na horta "**C**" do referido estudo ficou constatado que a taxa de variação da função a partir da relação entre a produção mensal e o percentual da produção total do chuchu se dá, através de uma função linear afim em que **x** representa o tempo em meses e **y** representa o percentual da produção que se estabelece a partir do modelo: **f(x) = 0,157x + 0,06** durante 6 (seis) meses, sendo 0,157 o coeficiente angular, que representa a taxa média da produção semanal, onde 0,06 é o ponto zero o coeficiente linear. Vale salientar, que os coeficientes lineares das referidas hortas caracterizam o início do plantio quando os brotos saem da estufa exatamente aos 21 (vinte e hum) dias.

REFERÊNCIAS

[1] ARAUJO, J. L. Cálculo, tecnologia e modelagem matemática: as discussões dos alunos. Tese de Doutorado em Educação Matemática - UEP, Rio Claro, 2002.

[2] BURAK, D. Modelagem Matemática: ações e interações no processo de ensino aprendizagem. Tese de Doutorado em Educação. Universidade Estadual de Campinas- UNICAMP. Campinas – SP, 1992.

[3] BASSANEZI, R. C. Ensino-aprendizagem com modelagem matemática. São Paulo: Contexto, 2006.

[4] BIEMBEGUT, M. S. Modelagem matemática & implicações no ensino e aprendizagem de matemática. Blumenau: Editora da FURB, 2002.

[5] BIEMBENGUT, Maria Salett. HEIN, Nelson. Modelagem Matemática e no ensino. São Paulo Editora Contexto, 2005.

[6] BEAN, D. W. Modelagem: uma conceituação criativa da realidade. IX Encontro de Educação Matemática de Ouro Preto 4, 2009, Ouro Preto 4, Ouro Preto – MG. Anais... Universidade Federal de Ouro Preto – Ouro Preto, abril 2009.

[7] D'AMBRÓSIO, Ubiratan. Etnomatemática - elo entre as tradições e a modernidade. Belo Horizonte. Autêntica Editora. 2002.

[8] MARINCEK, V. aprender matemática resolvendo problemas. 1. ed. Porto Alegre: artensed editora, 2001.

[9] OLIVEIRA, Maria Marly de. Como fazer projetos, relatórios, monografias, dissertações e teses. 4. ed. Rio de Janeiro: Elsevier, 2008.

[10] PCN's, uma abordagem para transversalidade. A Modelagem Matemática como caminho para trabalhar a educação de jovens e adultos. Universidade federal do Pará, 1998.

[11] SEVERINO, Antônio Joaquim. Metodologia do Trabalho Científico. 20 ed. Editora Cortez. São Paulo, 2000.

Capítulo 6

Aprendizagem significativa de sistemas lineares através dos coeficientes angular e linear da reta utilizando como recurso didático o geoplano

Hélio Oliveira Rodrigues

Resumo: A História da Matemática é um campo de investigação que tem crescido bastante nas últimas décadas, tanto em termos científico, quanto no campo educacional e tem trazido, consequentemente, grandes contribuições, principalmente no que diz respeito à socialização do conhecimento matemático. O presente estudo tem como objetivo, discutir os sistemas de equações lineares através dos coeficientes angular e linear das retas. O estudo envolvei 19 (dezenove) alunos de uma escola pública estadual e justifica-se, pela necessidade de se buscar alternativas de ensino para o Professor na sala de aula e recursos didáticos que contribuam com a aprendizagem do aluno integrando teoria e prática. Os fundamentos teóricos do trabalho foram desenvolvidos a partir das concepções de Eves (2008) e Contador, quando é abordada a História da Matemática, tendo seus fundamentos metodológicos apoiados na Teoria da Aprendizagem Significativa de (AUSUBEL apud RODRIGUES 2011). Através do confronto dos questionários investigativos, utilizando análises pareadas em função do TESTE T foi possível observar que a utilização dos materiais concretos manipulativos pode contribuir de forma significativa, para uma melhor compreensão da posição relativa de duas retas no plano a partir do momento em que as questões foco da pesquisa apresentaram um nível de significância de 95%, apontando que os resultados obtidos foram satisfatórios.

Palavras chave: Aprendizagem Significativa; Coeficiente angular e linear da reta; Recurso didático.

1. INTRODUÇÃO

A história da matemática é um forte aliado para os professores que buscam inovações para suas aulas, pois, a utilização de alguns traços relacionados a aritmética, álgebra e geometria, marcando até os nossos dias o seu processo evolutivo, se caracteriza como de fundamental importância, para que o aluno tenha um melhor entendimento sobre os construtos básicos do que se pretende ensinar. O estudo teve seus fundamentos teóricos estruturados nas concepções de Lima (2001), Eves (2008), Santos (2008), Rodrigues (2011), entre outros. Já os fundamentos metodológicos foram desenvolvidos através das considerações de Moreira (2003), Oliveira (2008) e Ausubel (*apud* Rodrigues, 2011). A pesquisa justifica-se, pela necessidade de discutir os as soluções dos sistemas lineares, devido a grande abstração através de uma discussão em função, não apenas das posições relativas, mas, dos coeficientes angular e linear da reta, apresentando para o aluno tanto a parte algébrica como sua representação geométrica utilizando como recurso didático o tabuleiro geoplano. Do estudo participaram 19 (dezenove) alunos de uma turma do 2º ano do Ensino Médio, onde os resultados foram satisfatórios a partir do momento que ficou constatada uma aprendizagem superordenada.

Problema de Pesquisa

Qual a importância da discussão de sistemas de equações lineares a partir dos coeficientes angular e linear das retas?

Objetivo Geral

Analisar a discussão sistemas lineares através dos coeficientes angular e linear da reta.

Objetivos Específicos

- ✓ Levantar informações sobre como está sendo desenvolvido o ensino dos sistemas lineares;
- ✓ Compreender através das informações levantadas como se dá o ensino dos sistemas de equações lineares;
- ✓ Sugerir alternativas que contribuam com a discussão de sistemas lineares a partir dos coeficientes angular e linear da reta.

2. BREVE RELATO SOBRE A HISTÓRIA DA ÁLGEBRA

Segundo Eves (2008), existem evidências da álgebra no Papiro de Rhind 1950 a.C., escritos pelos egípcios , nos problemas geométricos babilônicos na tábula de Strasburgo que data 1800 a C; e tábula Louvre a cerca de 300 a C; que são problemas relativos a triângulos , outras civilizações que mostravam outras evidencias foram os gregos que utilizavam alguns processos algébricos e álgebra geométrica vindo dos livros dos elementos de Euclides. A álgebra é uma matemática representada por símbolos ou incógnita desde os papiros egípcios. Com o passa do tempo modificou de acordo com cada civilização egípcia, grega e chinesa. Mais tarde Na França no séc. XVII. François Viéte (1540-1603) usava qualquer letra maiúscula A, B, C, D para representá-la, na Alemanha Leibniz, no séc. XVIII usava qualquer letra, mas foi Descartes (1596–1650), quem consolidou definitivamente a utilização das letras do alfabeto latino x, y e z, para representar as incógnitas. Outros registros algébricos se deram a partir das equações

lineares, há muito tempo vêm sendo utilizadas para a resolução de problemas do tipo algébrico e um dos mais antigos encontra-se nos papiros Egípcios onde já foi citado.

Santos ainda aponta, que os primeiros registros sobre as equações lineares são tratados no Papiro de Ahmes também conhecido como Papiro de Rhind, onde os chineses foram os primeiros povos a usar um método sistemático para resolver sistemas de equações lineares cuja essência é idêntica ao moderno método de eliminação de Gauss ou de escalonamento.

Um sistema de duas equações lineares com duas incógnitas, ou seja:

$$\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$$

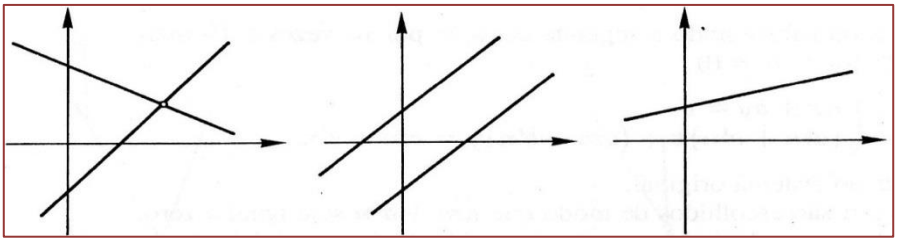
é o problema que consiste em achar números x, y que cumpram simultaneamente as duas condições acima. Uma solução do sistema (S) é um par (x,y) para os quais as igualdades (S) são satisfeitos. Procurar as soluções de (S) equivale a tentar achar um ponto do plano que esteja simultaneamente nas retas ax + by = c e a'x + b' y = c'.

Do ponto de vista geométrico, o sistema (S) tem uma única solução quando as retas dadas são concorrentes, nenhuma solução se elas são paralelas e uma infinidade de soluções quando essas retas coincidem.

Figura 01:Retas concorrentes

Figura 02:Retas paralelas

Figura 03:Retas coincidentes



Fonte: Lima, (2001).

No que se refere ao ponto de vista algébrico, um sistema linear com uma única solução é determinado se, e somente se, ab' - ba' ≠ 0. Neste caso, a solução (x,y) é dada explicitamente pelas expressões abaixo segundo (LIMA, 2001):

$$x = \frac{cb' - bc'}{ab' - ba'} \quad e \quad y = \frac{ac' - ca'}{ab' - ba'}$$

A expressão acima é calculada pela regra de Cramer (1704-1752), publicada em 1750 e provavelmente já era conhecida por Maclarium (1698–1746), desde 1729 ao escrever uma álgebra intitulada Arithmetica de Maclarium publicada em 1748. Através de uma análise verifica-se que restas paralelas e distintas indicam que não existe par ordenado que seja solução do sistema (sistemas impossível SI). Retas concorrentes que indicam a existência de um único par ordenado, que é solução do sistema (sistema possível e determinado SPD). Já retas coincidentes indicam que existem infinitos pares ordenados como solução do sistema (sistema possível e indeterminado SPI).

As posições relativas das retas no plano, analiticamente pode ser discutida através dos coeficientes angular e linear das retas que formam um sistema linear. Quando as retas

são paralelas os coeficientes angulares possuem as mesmas medidas, quando as retas são concorrentes os coeficientes angulares são diferentes, mas, os coeficientes lineares poderão ser diferentes ou não. Já quando as retas são coincidente os coeficientes angular e linear, possuem a mesma medida. Portanto, as intersecções das retas só vão acontecer quando as retas forem concorrentes para satisfazer as duas equações. A partir dessas comparações fica caracterizada a possibilidade de se fazer uma discussão em torno dos sistemas lineares através de seus coeficientes angular e linear.

Para Contador (2007), toda equação do tipo $a.x + b.y + c = 0$ é conhecida como equação geral da reta no plano, onde com b≠ 0 , se pode então escrever:

$$b.y = -a.x - c \Rightarrow y = -\frac{a}{b}.x - \frac{c}{b}$$

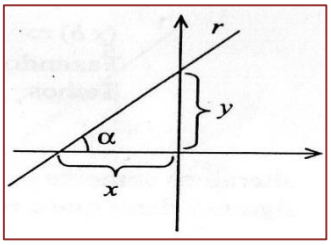
A partir dessa equação fazendo m = $-\frac{a}{b}$ e n = $-\frac{c}{b}$ se obtém $y = m.x + n$, que é a forma algébrica conhecida como equação reduzida da reta, sendo:

m = *coeficiente angular da reta*

n = *coeficiente linear da reta*

Assim, a reta que admite como equação $4x - 3y + 2 = 0$ pode ser descrita na forma y = $\frac{4}{3}x + \frac{2}{3}$, onde o coeficiente o coeficiente angular é $\frac{4}{3}$ e o coeficiente linear é $\frac{2}{3}$.

Figura 04: Coeficientes angular e linear



Fonte: Contador, (2007).

Pela equação $y = m.x$ pode se chegar a m = $\frac{y}{x}$ e, pela forma geométrica apresentada anteriormente pode ser observado que a citada relação não é estranha, pois para o triângulo retângulo formado pela reta r e pelos eixos x e y, possibilita o cálculo da a tangente do ângulo **α** formado entre a reta r e o eixo x no sentido anti-horário. Desta forma, como a tangente de um ângulo é dada pela medida do cateto oposto sobre o cateto adjacente pode-se concluir que:

m = tg **α**. Isto é possibilita verificar que, para a equação $y = m.x$, quanto maior for o valor de m, maior será a inclinação da reta. O coeficiente angular da reta também é conhecido pelos seguintes nomes: inclinação, declive ou declividade. Desta forma, de posse de alguns importantes conceitos, pode-se generalizar as posições relativas de duas retas no plano, ou seja:

Sejam r e s duas retas não paralelas aos eixos x e y, cujas respectivas equações reduzidas são dadas por:

$$y = m.x + n \quad e \quad y = m'.x + n'$$

Logo, a partir de 3 (três) afirmativas acima, conclui-se que:

i. *Se m = m' e n = n', então, r e s* são coincidentes;

ii. *Se m = m' e n ≠ n', então, r e s* são paralelas;

iii. Se m ≠ m', então, r e s são concorrentes.

Portanto, de acordo com as 3 (três) condições acima citadas, em relação as condições das retas *r e s* aos eixos x e y, suas respectivas gerais podem ser definidas da seguinte forma a partir das equações, ou seja:

Tendo-se:

$$a.x + b.y + c = 0 \quad e \quad a'.x + b'y + c' = 0 \quad com \quad c \neq 0 \ e \ c' \neq 0$$

Pode-se afirmar que:

Se $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$,então r e s são coincidentes;

Se $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'}$,então r e s são paralelas e;

Se $\frac{a}{a'} \neq \frac{b}{b'}$,então r e s são concorrentes.

Desta forma, acredita-se ser possível promover uma discussão de sistemas lineares através dos coeficientes angular e linear da reta, não apenas pela importância da conceitualização geométrica e analítica, mas, para possibilitar uma melhor visão entre os dois conteúdos vivenciados no ensino médio. Tal procedimento possibilitará ao aluno, não apenas, uma melhor compreensão do que está sendo ensinado, integrando teoria e prática. Isto está corroborando com as concepções de Ausubel (*apud* Rodrigues, 2011), quando ele aponta no que se refere a Teoria da Aprendizagem Sigmificativa de Ausubel, que:

> O fator isolado que mais influencia a aprendizagem é aquilo que o aluno já sabe (cabe ao professor identificar isso e ensinar de acordo). Novas idéias e informações podem ser aprendidas e retidas, na medida em que conceitos relevantes e inclusivos estejam adequadamente claros e disponíveis na estrutura cognitiva do indivíduo e funcionem, dessa forma, como ponto de ancoragem às novas ideias e conceitos. Entretanto, a experiência cognitiva não se restringe à influência direta dos conceitos já aprendidos sobre componentes da nova aprendizagem, mas abrange também modificações relevantes nos atributos da estrutura cognitiva pela influência do novo material. Há, pois, um processo de interação, por meio do qual conceitos mais relevantes e inclusivos interage com o novo material, funcionando como ancoradouro, isto é, abrangendo e integrando este material e, ao mesmo tempo, modificando-se em função dessa ancoragem.

Tais propósitos, também podem ser observados através das concepções de Vergnaud (*apud* Rodrigues, 2011), quando ele aponta que o conceito é muito importante na matemática para fazer algumas analises, a partir do momento que se considera o campo conceitual como unidade de estudo para dar sentido às dificuldades observadas no contexto real. Neste sentido, acredita-se que A Teoria dos Campos Conceituais supõe que a conceitualização é a essência para o desenvolvimento cognitivo do aluno, ou seja:

S é um conjunto de situações que dão sentido ao conceito;

I é um conjunto de invariantes (objetos, propriedades e relações) sobre os quais repousa a operacionalidade do conceito, ou o conjunto de invariantes operatórios associados ao conceito, ou o conjunto de invariantes que podem ser reconhecidos e usados pelos sujeitos para analisar e dominar as situações do primeiro conjunto;

R é um conjunto de representações simbólicas (linguagem natural, gráficos e diagramas, sentenças formais, etc.) que podem ser usadas para indicar e representar esses invariantes e, conseqüentemente, representar as situações e os procedimentos para lidar com elas.

Uma definição pragmática poderia considerar um conceito como um conjunto de invariantes utilizáveis na ação, mas esta definição implica também um conjunto de situações que constituem o referente e um conjunto de esquemas postos em ação pelos sujeitos nessas situações.

3. PRINCÍPIOS NORTEADORES SUGERIDOS PELOS PCN'S PARA A SISTEMATIZAÇÃO DO ENSINO DA MATEMÁTICA

Segundo os PCN's (2001), o ensino da matemática é uma tarefa muito difícil, tanto para quem ensina quanto para quem aprende, onde a matemática por ser uma área muito importante do conhecimento humano é instrumento essencial para construção de conhecimento em outra áreas. Neste sentido, as insatisfações apontam a necessidade de se melhorar o ensino, que é centrado em procedimentos mecânicos, totalmente desprovidos de significados para o aluno e sem contextualizações. Daí a urgência em reformular objetivos e rever conteúdos, para se buscar metodologias compatíveis. Os PCN's ainda mostram que no ensino da Matemática, dois aspectos importantes devem ser seguidos: um consiste em o aluno poder relacionar observações do mundo real com representações, esquemas, tabelas e figuras, o outro consiste em o aluno poder identificar essas representações como princípios e conceitos matemáticos. No entanto nesse processo, a comunicação tem grande importância para os alunos e deve ser estimulada, de forma permanente fazendo com que o aluno venha a "falar" e a "escrever" sobre Matemática. Segundo Rodrigues (2009), de modo geral deve-se levar em conta que para o aluno consolidar e ampliar um conceito é de fundamental importância que ele veja novas extensões, representações ou conexões com outros conceitos.

Esse aspecto é significativo para aprendizagem do aluno, à medida que envolve o mesmo no aprendizado de novos conteúdos, elaborando significados aos saberes matemáticos. Rodrigues ainda aponta que os Parâmetros Curriculares Nacionais para a área de matemática no Ensino Fundamental estão pautados alguns princípios decorrentes de estudos, pesquisas práticas e debates desenvolvidos nos últimos anos, estando alguns destes princípios demarcados da seguinte forma:

i. A matemática é componente importante na construção da cidadania, precisa estar ao alcance de todos e a democratização do seu ensino é meta prioritária do trabalho docente;

ii. A atividade matemática escolar é a construção e a apropriação de um conhecimento pelo aluno, que se sirva dele para compreender e transformar sua realidade;
iii. No ensino da matemática destacam-se dois aspectos básicos: o primeiro consiste em relacionar observações do mundo real com representações (esquemas, tabelas, figuras); o outro consiste em relacionar estas representações com princípios e conceitos matemáticos;
iv. A aprendizagem matemática está ligada à compreensão. O significado da matemática para o aluno resulta das conexões que ele estabelece entre ele e as demais disciplinas;
v. A lógica interna da matemática não deve ser o único critério para a seleção e organização de conteúdo. Sua relevância social e a contribuição para o desenvolvimento intelectual do aluno devem ser levados em conta;
vi. A apresentação do conhecimento matemático ao aluno, que se encontra em constante evolução, deve ser feito através do contexto histórico o qual contribuirá para a contribuição que o aluno dará ao mundo;
vii. A avaliação é parte do processo de ensino e aprendizagem. Ela incide sobre uma grande variedade de aspectos relativos ao desempenho dos alunos, como aquisição de conceitos, domínio de procedimentos e desenvolvimento de atitudes. Também devem ser avaliados aspectos como seleção e dimensionamento dos conteúdos, práticas pedagógicas e condições em que se processa o trabalho escolar.

Desta forma, o presente estudo tem como objetivo ir a busca de novas metodologias, para que o aluno consiga entender o significado da discussão de Sistemas de Equações Lineares de forma concreta, para a partir daí ele possa tem uma melhor compreensão através dos coeficientes angular e linear da reta, bem como de suas representações geométricas através de recursos didáticos. No entanto a atividade matemática escolar não é olhar apenas, para coisas prontas e definidas, mas, construir novas ideias significativas, pois a aprendizagem da matemática está totalmente ligada a compreensão dos significados.

4. METODOLOGIA

A metodologia adotada no presente estudo teve uma abordagem quantitativa, qualitativa, exploratória de forma descritiva. Quantitativa por quantificar os dados através das informações obtidas a partir dos questionários investigativos (MOREIRA, 2003). Qualitativa por incentivar através da análise novas perspectivas, ideias e conceitos a partir dos dados obtidos (OLIVEIRA, 2008). Oliveira ainda aponta que uma pesquisa se caracteriza como Exploratória de forma descritiva por possibilitar a exploração e descrição os dados a partir das análises do fenômeno estudado. O trabalho visa a busca por alternativas que contribuam com esse campo do conhecimento e, por isso, nem sempre será investido um aprofundamento dos conteúdos abordados. O maior interesse se estabelece em buscar alternativas de ensino, para os professores do Ensino Médio, não apenas, para que eles possam organizar e estruturar do ensino, mas também, inserir seus alunos no mundo matemático através da integração entre a teoria e a prática. Os procedimentos metodológicos do estudo foram desenvolvidos a partir de 5 (cinco) momentos. No primeiro foi aplicado um questionário investigativo inicial. No segundo, foi socializado um texto de apoio, como organizador prévio Silva e Moreira (2006), para

apresentar os construtos básicos sobre o que se pretende ensinar. No terceiro momento, foi realizada uma intervenção visando a estruturação dos conceitos básicos da condição de alinhamento de duas retas no plano. No quarto foi desenvolvida uma atividade em grupo, utilizando como recurso didático o tabuleiro geoplano, na tentativa de integrar teoria e prática. No quinto e último momento foi aplicado um questionário investigativo final, para que fosse realizado um confronto e verificar se houve ou não evolução após a estruturação da sistematização de ensino. Tais procedimentos se apoiam nas concepções de Ausubel (*apud* Rodrigues, 2011) visando a obtenção de uma Aprendizagem Significativa.

5. DESCRIÇÃO DAS ANÁLISES DOS DADOS DA PESQUISA

As informações obtidas no questionário investigativo Inicial foram organizadas e registradas na **Tabela 01**, para uma melhor análise, percepção e discussão dos resultados.

Tabela 01: Referente ao questionário investigativo inicial

Questões	Respondeu				NR %		Total de alunos
	RA	%	RI	%			
01	7	36,85	12	63,15	0	0,00	19
02	0	0,00	16	84,20	3	15,80	19
03	0	0,00	16	84,20	3	15,80	19
04	0	0,00	15	78,95	4	21,05	19

As informações registradas na **Tabela 02** estão relacionadas com as questões do questionário investigativo final, composto pelas mesmas questões do questionário investigativo Inicial. Isto se deu pela necessidade de um confronto entre os dois questionários.

Tabela 02: Referente ao questionário investigativo final

Questões	Respondeu				NR %		Total de alunos
	RA	%	RI	%			
01	15	78,95	4	21,05	0	0,00	19
02	13	68,40	5	26,30	1	5,30	19
03	15	78,95	4	21,05	0	0,00	19
04	8	42,10	9	47,40	2	10,50	19

As análises desenvolvidas junto aos participantes da pesquisa foram realizadas com 04 (quatro) questões dos questionários investigativos inicial e final, porém, para efeito de sistematização e definição da pesquisa foram utilizadas dos questionários inicial e final apenas 03 (três), questões, ou seja, 02, 03 e 04 que no estudo se caracterizaram como questões foco da pesquisa. Vale salientar, que o confronto entre os questionários investigativos **Inicial x Final**, dessas questões se deu a partir do **TESTE T de Student**, para um nível de significância de $\alpha = 0,05$. Nas análises do questionário investigativo inicial pode ser verificado que nas situações problemas propostas apresentaram resultados não houve acertos. Já nas análises do questionário investigativo final foi possível perceber que a média percentual foi de 63,15% de acertos obtidos após, apresentando resultados altamente significativos. Isto aponta uma diferença percentual de 63,15% em favor do questionário investigativo final, mostrando que os objetivos da pesquisa foram almejados.

6. CONSIDERAÇÕES GERAIS E DEFINIÇÃO DA PESQUISA

Através do confronto dos questionários investigativos, utilizando análises pareadas em função do **TESTE T** foi possível observar que a utilização dos materiais concretos manipulativos pode contribuir de forma significativa, para uma melhor compreensão da posição relativa de duas retas no plano, para obtenção dos coeficientes angular e linear. Tal fato se caracterizou, a partir do momento em que no confronto dos questionários investigativos inicial e final das questões foco da pesquisa foi constatado que a hipótese inicial H_0 foi rejeitada a um nível de significância de 5%, garantindo um nível de confiabilidade de 95%. Isto aponta que o questionário investigativo final foi mais satisfatório do que o questionário investigativo inicial.

REFERÊNCIAS

[1] CONTADOR, Paulo Roberto Martins. Matemática uma breve história. v. 3. 1 ed. São Paulo – SP. Editora Livraria da Física, 2005.

[2] EVES, Howard, tradução: Hygino H. Domingues, Introdução à história da matemática. Campinas-SP: Editora da Unicamp, 2008.

[3] GARBI, G.G. A Rainha das Ciências: um passeio histórico pelo maravilho mundo da matemática. São Paulo: Livraria da Física, 2006.

[4] LIMA, Elon Lajes. Geometria Analítica e Álgebra Linear. Coleção matemática Universitária. Instituto de Matemática Pura e Aplicada, Rio de Janeiro, 2001.

[5] MOREIRA, Marco A. Sobre Monografias, Dissertações, Teses, Artigos e Projetos de Investigação: Significados e recomendações para Principiantes na Área de Educação Científica. In: Actasdel PIDEC: textos de apoio do Programa Internacional de Doutorado em Ensino de Ciências da Universidade de Burgos. v. 5. Editores: Marco Antônio Moreira e Concesa Caballero. Porto Alegre: UFRGS, 2003.

[6] OLIVEIRA, Maria Marly de. Como fazer projetos, relatórios, monografias, dissertações e teses. 4. ed. Rio de Janeiro: Elsevier, 2008.

[7] BRASIL. Parâmetros Curriculares Nacionais. Matemática. Primeiro e segundo ciclo. Brasília: MEC/SEF. 2001.

[8] RODRIGUES, H. O. Aprendizagem Significativa da Matemática a Partir da resolução da equação do 2º Grau Inspirado em Procedimentos Babilônicos Utilizando como recurso Didático o Geoplano. Publicado em Anais do XIII Encontro Baiano de Educação matemática. UESB – Jequié, BA, 2009.

[9] RODRIGUES, H. O. Importância da Utilização de Recursos Didáticos em um Processo de Transposição Didática para Promover Aprendizagem Significativa. Tese de Doutorado apresentada a Universidad Del Mal - Chile, para obtenção do título de doutor em agosto de 2011.

[10] SILVA, J. R. y MOREIRA, M. A. Uso de um texto de apoio como organizador prévio: combinatória para o ensino fundamental e médio. V Encuentro Internacional sobre Aprendizage Singnificativo. Centro Superior de Estudios Universitarios LA SALLE, Madrid, España, 11-15 de septiembre, 2006.

[11] SANTOS, E. M. Uma proposta de ensino para os sistemas de equações lineares utilizando como recurso didático o geoplano. VIII Encontro Paraibano de Educação Matemática - EPEM, Campina Grande – PB, 2008.

Capítulo 7

Atribuindo signifcado ao ensino dos paralelogramos utilizando como recurso didático o geoplano

Hélio Oliveira Rodrigues

Resumo: A produção de conhecimentos tem mostrado que as necessidades do cotidiano requerem do aluno habilidades em função das práticas, para que eles possam reconhecer e selecionar as informações necessárias, para as suas tomadas de decisões. Neste sentido, este trabalho tem por objetivo trazer alguns aspectos teóricos e práticos, para facilitar o trabalho do professor no ato do ensino, utilizando como recurso didático o tabuleiro geoplano no ato do ensino da geometria, a partir das concepções de Bertoni (2007) e das sugestões dos PCN's (2001), esses aspectos também se fundamentam em Ausubel (apud Rodrigues, 2011), a partir da Teoria da Aprendizagem Significativa, quando ele aponta que o conhecimento prévio do aluno é de fundamental importância para a aquisição do novo conhecimento, possibilitando não apenas a organização, mas também, a interação do novo material com a estrutura cognitiva do aprendiz.

Palavras chave: Aprendizagem Significativa, Recursos Didáticos e Tabuleiro Geoplano.

1. BREVE ABORDAGEM HISTÓRICA SOBRE OS PARALELOGRAMOS

Segundo Boyer (1996.), os sumérios povo mesopotâmico inventaram a escrita por volta de 3500 a.C; invenção essa que impulsionou a matemática. Os escribas, restrita classe de funcionários mesopotâmicos, que detinham o conhecimento da escrita demarcaram os primeiros conhecimentos sobre os números. No entanto foram os arquitetos e construtores primitivos os pioneiros na solução das questões básicas da geometria. As primeiras soluções de problemas aritméticos e geométricos deram-se de maneira prática, sem formalidades teóricas. Os estudos e aprendizado aconteciam após várias tentativas, erros e experimentações até que os problemas fossem solucionados, caracterizando, pois, um aprendizado indutivo (ou empírico).

Joseph (1996) aponta que por volta de 500 a.C; as primeiras academias foram fundadas na Grécia e a busca por conhecimentos sobre geometria aumentava. A partir de Tales de Mileto (600 a.C., aproximadamente), surgem as primeiras tentativas de deduzir os fatos geométricos. Porém foi com Euclides, que a geometria se desenvolveu como ciência dedutiva, por volta de 300 a.C. Segundo Joseph, no que se refere ao estudo da geometria, Euclides como matemático colaborou no estudo e compreensão dessa área da matemática, escrevendo varias obras, dentre elas os Elementos de Euclides, os quais estão disposto em 13 livros e no livro XII trás 18 proposições dedicado ao estudo de áreas e volumes de figuras planas.

Para Toledo (1997 p.221), com o passar do tempo, a geometria passou a ser vista como um campo capaz de gerar oportunidades, não apenas para o desenvolvimento de outros tipos de raciocínio, mas na resolução de problemas que exigem visualização e manipulação de modelos de figuras geométricas, que são fundamentais para o desenvolvimento do senso estético e da criatividade, com a utilização das formas geométricas em atividades através da composição e decomposição de figuras, tornou-se evidente que a geometria é de fundamental para o desenvolvimento cognitivo do aluno, onde através da participação ativa nas aulas permite inclusive, fazer conexões entre as outras áreas do conhecimento.

O caráter prático inicial atribuído à matemática, mais especificamente o da geometria clássica foram registradas ao longo da sua história certas contribuições, para que aos poucos se estabelecessem aspectos demasiadamente restritivos desse campo do conhecimento matemático. Os gregos, embora recorressem de certa forma o referido caráter prático estava convencido de que a matemática deveria libertar-se dos conhecimentos adquiridos de modo exclusivamente empírico. Isso, de algum modo acabou servindo para embasar Euclides na estruturação de sua famosa obra os Elementos e, culminou como modelo cientifico por muito tempo.

Já Davis & Hersh (1985), aponta que a matemática de forma básica se pode afirmar ter sido construída por um sistema de axiomas, proposições e definições, os quais a auxiliou a se libertar do mundo material. Isso pode ser notado em especial com as “figuras concretas” como no caso da geometria. Está estrutura de construção, com o passar do tempo foi incorporando sofisticações em termos de rigor abstração e formalismo. Neste contexto, na convivência diária em sala de aula se pode observar que os alunos têm demonstrado dificuldades na identificação e compreensão das figuras geométricas planas.

Por essa decorrência existem dificuldades outras, que geram uma má compreensão acerca das propriedades geométricas ocasionando uma má aquisição desses conceitos. Com isso, o presente estudo intenta explorar as já referidas propriedades como sendo

particularidades quanto as suas diferenças e semelhança visando, não apenas uma reestruturação conceitual, mas também, uma reestruturação proposicional sobre os quadriláteros do tipo paralelogramo.

Problema de pesquisa

Qual a importância da utilização de recursos didáticos manipulativos para o ensino das propriedades dos paralelogramos?

Perguntas da Investigação

Como se dá o processo da aprendizagem através dos recursos didáticos?

Qual a importância dos recursos didáticos manipulativos no ato do ensino?

Por que o uso de recursos didáticos manipulativos pode ajudar na aquisição dos conceitos dos paralelogramos?

Justificativa

O desenvolvimento desta pesquisa se deu, pelo fato de ter observado as dificuldades apresentadas pelos alunos no ato do ensino, no que diz respeito ao domínio das propriedades dos paralelogramos. Desta forma, a elaboração deste trabalho tem como objetivo mostrar a importância da utilização dos recursos didáticos manipulativos, para minimizar as dificuldades dos alunos durante a aprendizagem, a partir de uma abordagem envolvendo teoria e prática.

2. METODOLOGIA

A metodologia adotada neste trabalho foi desenvolvida a partir de uma abordagem quantitativa, qualitativa, exploratória de forma descritiva. Os procedimentos sistemáticos para a descrição e explicação dos fenômenos foram estudados a partir destes dois métodos, por esses apresentarem uma abordagem especifica em relação aos dados coletados. Segundo Moreira (2003), a pesquisa quantitativa é aquela que permite a mensuração de opiniões, hábitos, reações e atitudes em um conjunto, isto acontece através de uma amostra da qual os resultados são generalizados e representados numericamente. Para Oliveira (2008), a pesquisa qualitativa leva ao pesquisador uma analise mais específica dos fenômenos estudados. Já Severino (2000) aponta que uma pesquisa se caracteriza como exploratória de forma descritiva, por fornecer subsídios para uma maior compreensão do fenômeno estudado, o que corresponde a primeira etapa da investigação. Os procedimentos metodológicos adotados no trabalho foram desenvolvidos a partir de 05 (cinco) momentos, ou seja: No primeiro momento foi aplicado um questionário diagnóstico inicial. No segundo momento foi socializado um texto de apoio abordando os conceitos necessários, para melhor caracterizar o que se pretende ensinar. No terceiro momento foi realizado um ensinamento, envolvendo os conceitos necessários, para se atingir o objetivo deste trabalho.

No quarto momento, os alunos reunidos em grupo de 05 (cinco) indivíduos participaram de uma atividade prática envolvendo a resolução de problemas. No quinto momento foi aplicado um questionário diagnóstico final, constituído pelas mesmas questões do questionário diagnóstico inicial.

Pressupostos educativos

Aqui estão caracterizadas as intenções pedagógicas no campo da didática da matemática no que diz respeito à geometria, e em particular sobre os conceitos dos paralelogramos. Isto foi sistematizado em dois blocos de questionamentos, envolvendo aspectos básicos de ordem teórica e prática, a partir do questionário diagnóstico inicial e do questionário diagnóstico final.

As questões norteadoras dos questionários investigativos inicial e final intentam verificar se o aluno:

01) Tem conhecimento sobre as propriedades especificas dos paralelogramos;

02) Identifica as propriedades comuns entre os paralelogramos;

03) Tem habilidades para desenvolver o calculo da medida da área de um losango;

04) Tem habilidades para calcular a medida da área de um retângulo a partir de uma situação problema do cotidiano.

3. DESCRIÇÃO DAS ANÁLISES DOS RESULTADOS DA INVESTIGAÇÃO

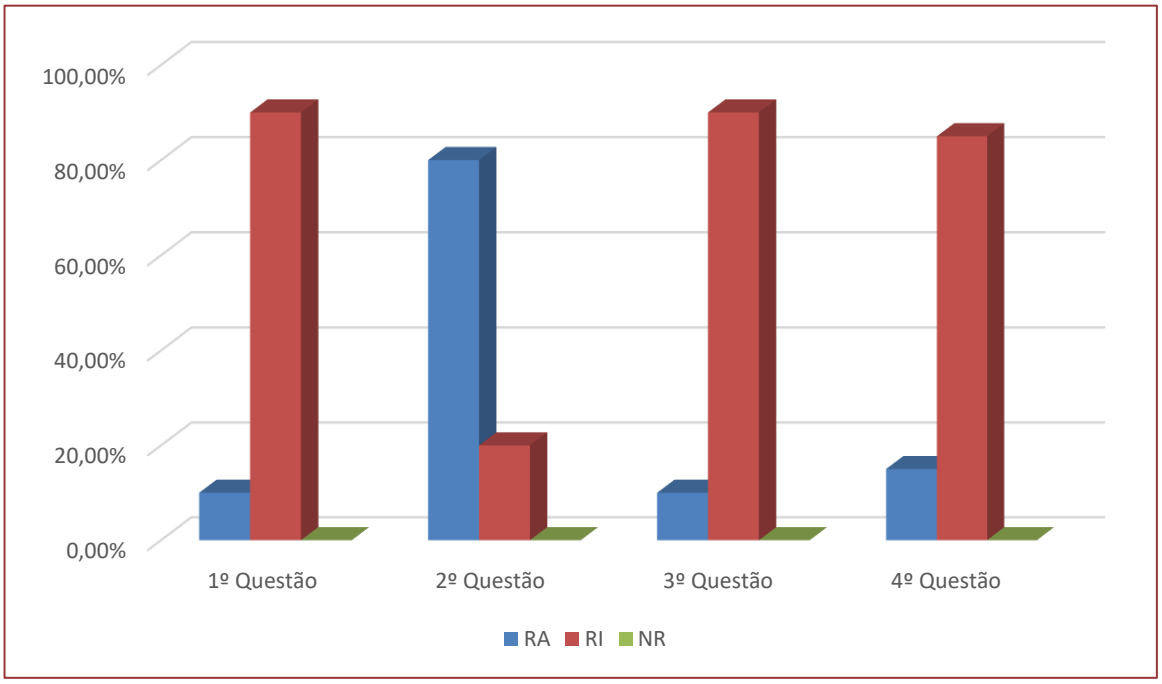
As informações obtidas foram organizadas e registradas na **Tabela 01** referem-se aos questionamentos do questionário diagnóstico inicial. Os símbolos que aparecem na legenda RA, RI e NR, representam respectivamente: Respondeu Adequadamente, Respondeu Inadequadamente e Não Respondeu.

Tabela 01: Referente ao questionário investigativo inicial aplicado aos alunos

Questões	Respondeu				Não Respondeu %		Total de alunos
	Adequadamente	%	Inadequadamente	%			
01	02	9,5	19	90,5	-	-	21
02	17	81	04	19	-	-	21
03	01	5	20	95	-	-	21
04	03	14	18	86	-	-	21

As informações obtidas foram organizadas e registradas no **Gráfico 01** referem-se aos questionamentos do Questionário diagnóstico inicial.

Gráfico 01: Referente ao questionário investigativo inicial aplicado aos alunos



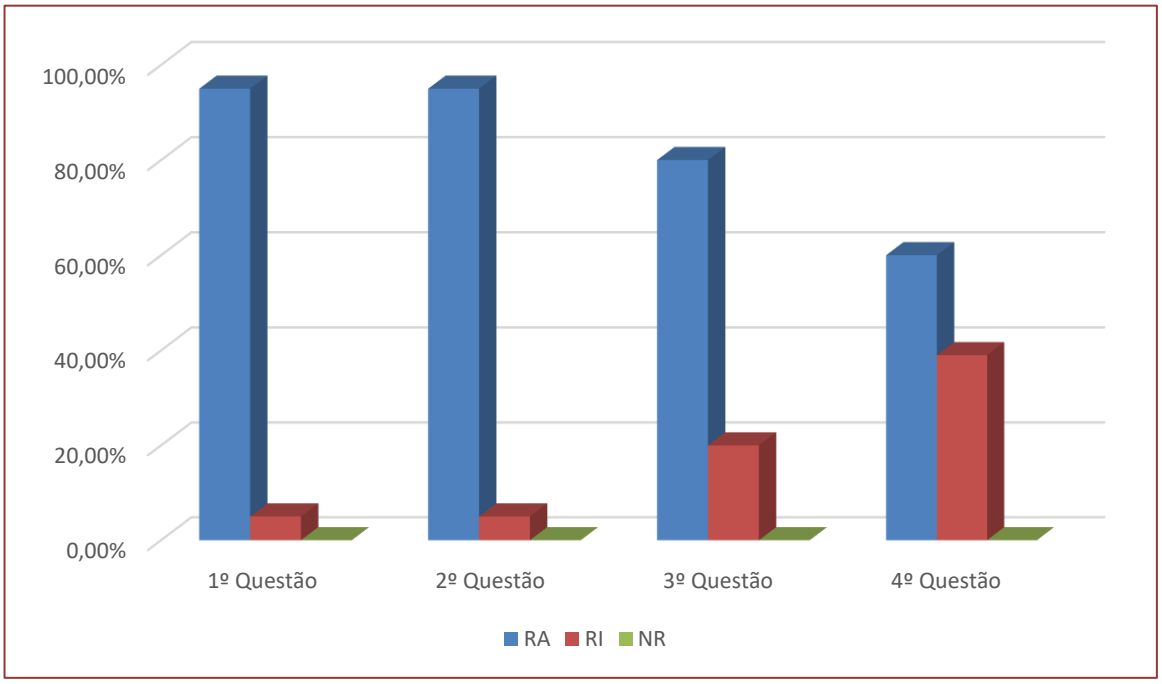
As informações registradas na **Tabela 02** são resultados do questionário diagnóstico final, questionário este composto pelas mesmas questões do questionário investigativo inicial. Isso pode ser justificado, pela necessidade de se verificar a ocorrência ou não de uma possível evolução após o ensinamento.

Tabela 02: Referente ao questionário investigativo final aplicado aos alunos

Questões	Respondeu				Não Respondeu %		Total de alunos
	Adequadamente	%	Inadequadamente	%			
01	20	95	01	5	-	-	21
02	20	95	01	5	-	-	21
03	17	81	04	19	-	-	21
04	13	62	08	38	-	-	21

As informações obtidas foram organizadas e registradas no **Gráfico 02** referem-se aos questionamentos do Questionário diagnóstico final.

Gráfico 02: Referente ao questionário investigativo final aplicado aos alunos



A partir das análises realizadas nas já referidas informações registradas nas tabelas e figuras anteriores foi possível comparar a **Tabela 01** com a **Tabela 02** levantando as concepções evolutivas dos 21 (vinte e hum) alunos participantes.

4. CONSIDERAÇÕES GERAIS E DEFINIÇÃO DA PESQUISA

Neste momento será realizado o confronto entre o questionário diagnóstico inicial e o questionário diagnóstico final. O referido confronto se restringirá a comparação entre os aumentos percentuais após o ensinamento diante as informações apresentadas anteriormente através das tabelas e figuras. Vale salientar que este trabalho tem como foco para as análises as questões 03 e 04, por estas exigirem no ato do desenvolvimento de seus procedimentos metodológicos, conhecimentos específicos das propriedades dos paralelogramos. Diante tais informações, na questão 01 do questionário diagnóstico inicial, apenas 9,5% dos alunos acertaram a questão, enquanto que no questionário diagnóstico final, esse percentual foi de 95%, isso representa um acréscimo de 90,5% em favor do questionário diagnóstico final. Na questão 02 do questionário diagnóstico inicial, 81% dos alunos acertaram a questão, enquanto que, no questionário diagnóstico final, esse percentual foi de 95%, isso representa um acréscimo de 14% em favor do questionário diagnóstico final. A questão 03 do questionário diagnóstico inicial apresentou um percentual de acerto de apenas 5%, enquanto que no questionário diagnóstico final esse percentual foi de 81%, representando um acréscimo de 76% em favor do questionário diagnóstico final. Na questão 04 do questionário diagnóstico inicial foi verificado que 14% dos alunos acertaram a questão, enquanto que no questionário diagnóstico final 62% dos alunos acertaram a referida questão, isso representa um acréscimo de 48% em favor do questionário diagnóstico final. Portanto, os resultados obtidos após o comparativo dos questionários diagnósticos apontam que tanto a sistematização de ensino, como os procedimentos metodológicos utilizados durante o

ensinamento, além de propiciar uma maior segurança aos alunos facilitou a aquisição dos conceitos trabalhados. Isso pode ser observado, a partir dos percentuais de acerto das questões foco da pesquisa 03 e 04, respectivamente que ocorreu uma aprendizagem de forma superordenada, mostrando a importância da utilização de recursos didáticos no ato do ensino, caracterizando que os aspectos desejados da pesquisa foram almejados.

REFERÊNCIAS

[1] BOYER, Carl B. (1996). História da matemática. São Paulo: Edgard Blücher.

[2] BERTONI, Nilza Eigenheer. Educação e linguagem matemática II: Numerização. Brasília: Universidade de Brasília, 2007.

[3] BRASIL, Parâmetros Curriculares Nacionais. Matemática Primeiro e segundo ciclo. Brasília: MEC/SEF, 2001.

[4] DAVIS, P. e HERSH, R. A Experiência Matemática. Rio de Janeiro 1990.

[5] JOSEPH, G. C. La Cresta Del Pavo Real. Editora Pirâmide – Espanha,1996.

[6] MOREIRA, Marco A. Sobre Monografias, Dissertações, Teses, Artigos e Projetos de Investigação: Significados e recomendações para Principiantes na Área de Educação Científica. In: Actas del PIDEC: textos de apoio do Programa Internacional de Doutorado em Ensino de Ciências da Universidade de Burgos. v. 5. Editores: Marco Antônio Moreira e Concesa Caballero. Porto Alegre: UFRGS, 2003.

[7] OLIVEIRA, Maria Marly. Como fazer projetos, monografias, dissertações e teses. 4 ed. Rio de Janeiro: Elsevier, 2008.

[8] RODRIGUES, H. O. Importância da Utilização de Recursos Didáticos em um Processo de Transposição Didática para Promover Aprendizagem Significativa. Universidad Del Mar – UDELMAR/Chile em agosto de 2011.

[9] SEVERINO, Antônio Joaquim. Metodologia do Trabalho Científico. 20. ed. Editora Cortez. São Paulo, 2000.

[10] TOLEDO, Marília. Didática de matemática: como dois e dois: a construção da matemática. São Paulo. Editora FTD, 1997.

Capítulo 8

Proposta de ensino para análise combinatória utilizando organizadores prévios a partir dos conceitos da educação infantil e ensino fundamental

Hélio Oliveira Rodrigues

Resumo: Nas últimas décadas, as necessidades da sociedade impulsionaram a busca pelo conhecimento, na tentativa de se obter uma melhor compreensão do saber. Neste sentido o presente estudo se faz necessário, pela busca de uma melhor compreensão sobre a Análise Combinatória, por esta área da matemática, além ser uma das mais complexas de esse campo de ensino, mas por quando bem estruturado através de uma sistematização de ensino através de recursos didáticos pode facilitar a aprendizagem do aluno através da integração entre a teoria e a prática. Os objetivos perseguidos no estudo surgem em função, não apenas, pelas grandes dificuldades enfrentadas pelos professores no ato do ensino sobre esse conteúdo, mas, por este fato ter sido motivo de grande preocupação durante o processo ensino aprendizagem. O estudo foi desenvolvido em uma Instituição de Ensino Superior da rede privada do Estado de Pernambuco e envolveu 43 (quarenta e três) alunos do 1° período do Curso de Engenharia Civil e os resultados apresentados após a definição do estudo apontou um nível de confiabilidade de 95% da pesquisa, mostrando que o questionário investigativo final foi mais satisfatório do que o questionário investigativo inicial, caracterizando assim que a integração de conteúdos durante o processo ensino aprendizagem é de fundamental importância para a construção do conhecimento matemático.

Palavras Chave: Aprendizagem Significativa; Construção do Pensamento Multiplicativo e Princípio Fundamental da Contagem.

1. INTRODUÇÃO

O ensino da Matemática, ao longo dos anos, vem priorizando os conhecimentos físicos e sociais, deixando um pouco de lado o conhecimento lógico-matemático. Considera-se que para aprender numeração, bastam observar quantidades e escrever os numerais correspondentes, repetidas vezes. O conhecimento lógico-matemático consiste em relacionamentos feitos pelo indivíduo. A aprendizagem da lógica faz com que o pensamento proceda corretamente a fim de chegar a conhecimentos verdadeiros. Tradicionalmente, a lógica foi considerada um portal de acesso ao estudo da filosofia e das ciências. O estudo tem como objetivo analisar a construção do pensamento multiplicativo desenvolvido pela criança, para através do levantamento dos dados, não apenas compreender a construção do pensamento multiplicativo desenvolvido pela criança, mas, sugerir alternativas que contribuam com o estudo da construção do pensamento multiplicativo desenvolvido pela criança.

A pesquisa justifica-se, pela necessidade de melhor compreender como ocorre a construção do pensamento multiplicativo da criança durante o processo de ensino e aprendizagem, através de observações e da realização de uma analise sistemática, para buscar uma melhor visão sobre as diversas formas de concretização do pensamento lógico matemático, pois, o trabalho realizado com crianças no contexto de sala de aula, acredita-se, possibilita, não apenas o aprimoramento do fazer docente, mas, a aquisição de noções básicas que poderão contribuir para a construção do conhecimento matemático. Desta forma, discutir e argumentar faz parte do debate sobre qualquer questão, no caso das ciências, conhecer um pouco de lógica pode ser muito valioso.

As ciências foram construídas usando procedimentos lógicos e o método científico pode ser visto como lógica aplicada. Neste sentido, o presente estudo que tem como objetivo analisar a construção do pensamento multiplicativo desenvolvido pela criança visa sugerir alternativas que facilitem com o trabalho do professor na sala de aula contribua com construção do conhecimento durante o processo ensino aprendizagem.

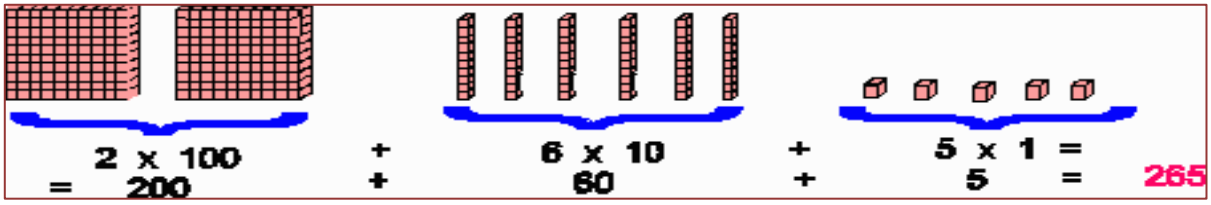
2. ABORDAGEM HISTÓRICA A CONSTRUÇÃO DO PENSAMENTO MULTIPLICATIVO

Piaget e Inhelder (2003), afirmam que os experimentos utilizando material concreto favorecem a construção do pensamento multiplicativo, o que por sua vez estará estimulando, a concretização de ações lógicas matemáticas. Para os autores, para que se chegasse a essa conclusão foram necessárias algumas realizações de experimentos, com situações diversas, as quais permitiram crianças aguçar a percepção por meio de variadas situações, que envolvia a necessidade de multiplicar viabilizando a organização das ideias, bem como, os conceitos matemáticos necessários para a resolução de situações problemas por elas apresentados. Para Morgado (1993, p.16), Piaget exerceu um papel fundamental no estudo no conhecimento lógico-matemático a partir das estruturas operatórias, onde tal conhecimento é a base do sistema cognitivo do sujeito. Segundo Kamii e Declark (1997), a fonte do conhecimento físico está apenas em parte nos objetos, porque, mesmo para ler a cor de um objeto, se faz necessário uma estrutura lógico-matemática. Para distinguir a cor vermelha em um objeto precisa-se de uma estrutura que faça pensar nas demais cores e delas distinguir a cor vermelha.

Novello (*et al*; 2010), aponta que o Material Dourado é um dos muitos materiais idealizados pela médica e educadora italiana Maria Montessori para o trabalho com matemática. Embora especialmente elaborado para o trabalho com aritmética, hoje é

utilizado para atender outras áreas do conhecimento matemático, como por exemplo, as operações matemáticas, que aqui ressaltasse a utilização de tal recurso, para resolução de problemas multiplicativos os quais podem ser contextualizados através de questões simples de tal forma que possam ser respondidas a partir de seu manuseio.

Figura 01: Representação da construção do pensamento multiplicativo



Fonte: paje.fe.usp.br- acessada em 18-08-2015 – Material Dourado

Este material é de grande importância na numeração, e facilita a aprendizagem. O "Material Dourado" desperta no aluno a concentração, o interesse, além de desenvolver sua inteligência e imaginação criadora, pois a criança está sempre predisposta ao jogo. Além disso, permite o estabelecimento de relações de graduação e de proporções, e finalmente, ajuda a contar e a calcular. Este material baseia-se nas regras do sistema de numeração, inclusive para o trabalho com múltiplos, sendo confeccionado em madeira, é composto por: cubos, placas, barras e cubinhos. O cubo é formado por dez placas, a placa por dez barras, onde a barra pode caracterizar os algoritmos das operações matemáticas.

3. ESTRATÉGIAS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS ENVOLVENDO OS PRINCÍPIOS ADITIVO E MULTIPLICATIVO

As estratégias de resolução de problemas a partir do Ensino Fundamental envolvendo o princípio fundamental da contagem se caracterizam como de fundamental importância, por possibilitar uma maior visão aos alunos do Ensino Médio, principalmente, não apenas, por esses conteúdos se apresentarem a princípio, através de conceitos formais, mas, por serrem estudados em função de modelos matemáticos tanto da Análise Combinatória, quanto da probabilidade (QUEQUI, 2011).

Segundo Gurgel (2007), os problemas aritméticos formulados possibilitam o desenvolvimento das operações fundamentais, isso vem abrindo espaço para os problemas voltados para os estudos do Ensino Fundamental, pois, os alunos ao chegarem no último ano, já utilizam de certa forma, raciocínio combinatório que dão ênfase aos problemas combinatórios.

Para Morgado (*apud* Homa & Groenwald, 2013), os Princípios Aditivo e Multiplicativo serão apresentados a partir de sua definição formal, ou seja:

Princípio Aditivo:

Definição

Se **A** e **B** são dois conjuntos disjuntos **A∩B = Ø**, então, **AUB** tem cardinalidade, ou seja,

$$|AUB| = |A| + |B| .$$

Generalizando o princípio aditivo tem-se:

Se A_1 , ... , A_n conjuntos tais que, $A_i \cap A_j = 0$, para todo $i \neq j$, então, $|U_{i}^{n}{}_{=1} A_i| = \Sigma_{i}^{n}{}_{=1} |A_i|$.

Princípio Multiplicativo:

Se **A** e B são dois conjuntos, o produto cartesiano de **AxB = {(a, b)/a pertence a A e b pertence a B}**, então, a cardinalidade **|AxB| = |A| . |B|**.

Generalizando o princípio multiplicativo tem-se:

Se A_1 , ... , A_n são conjuntos, então, $|A_1 \times A_2 \times ..... \times A_n|$, onde,

$$\{(x_1, x_2, ..., x_n|) = x_1 \text{ pertence a } A_1, ..., A_n \text{ pertence a } A_n\}.$$

Para Morgado, de modo geral pode-se dizer que se os elementos de um conjunto **C** podem ser gerados em **n** passos sucessivos, onde o primeiro passo pode ser dado de n_1 maneiras, o segundo de n_2 maneiras, o terceiro de n_3 maneiras e assim, sucessivamente, então, o conjunto **C** possui $n_1.n_2.n_3$ elementos. O autor ainda aponta que esses princípios são altamente intuitivos, porém, sua utilização se dá na tentativa de se tornar problemas combinatórios complexos em problemas mais simples. Neste sentido, no presente estudo a prática didática tem como objetivo, evitar a abstração da Teoria dos Conjuntos, utilizando estratégias de resolução.

4. BREVE RELATO SOBRE A APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA

A Aprendizagem Significativa, que é o conceito central da teoria de Ausubel, sendo definida como a aprendizagem que ocorre quando as novas ideias estão ligadas a informações ou conceitos já existentes na estrutura cognitiva do indivíduo (AUSUBEL, 1978). Segundo Pozo (1998), as teorias cognitivistas são elaboradas a partir de posições organicistas, onde a proposta por Ausubel é especialmente interessante já que está centrada na aprendizagem produzida em um contexto educativo.

Pozo aponta ainda que a partir da terminologia de Vygotsky, poderia se dizer que Ausubel desenvolveu uma teoria a respeito da interiorização ou assimilação, através da instrução dos conceitos verdadeiros, que são construídos em função de conceitos previamente formados ou "descobertos" pela criança em seu meio, ou seja, seus "conhecimentos prévios", que Ausubel os nomeia de "subssunçores".

Corroborando com o exposto, Moreira e Buchweitz (1987) apontam que a teoria de Ausubel está baseada na suposição de que as pessoas pensam através de conceitos e sendo assim, vivem em um mundo de conceitos em lugar de objetos, acontecimentos e situações. Para Ausubel, a assimilação de conceitos em função da Aprendizagem Significativa se caracteriza através de um processo ativo de relação, diferenciação e integração com os conceitos pertinentes que já existiam (subssunçores).

Desta forma, quanto mais ativo for este processo, mais significativos e úteis serão os conceitos assimilados. Ausubel ainda destaca que existem dois processos relacionados com a ancoragem de conceitos durante a aprendizagem significativa, sendo eles, a diferenciação progressiva e a reconciliação integradora. A diferenciação progressiva é um processo de interação e de ancoragem em um conceito subssunçor, em que este também se modifica. Esse processo é quase sempre presente na aprendizagem significativa do tipo subordinativa especialmente na correlativa, pois os conceitos subssunçores estão sendo constantemente elaborados, modificados, a partir da aquisição de novos significados, ou

seja, progressivamente diferenciados em termos de detalhe e especificidade. Na reconciliação integradora, esse processo está mais relacionado com a aprendizagem significativa do tipo superordenada, por ideias estabelecidas na estrutura cognitiva poderem no curso de novas aprendizagens, tanto serem reconhecidas, como relacionadas.

Problema de Pesquisa

Como promover Aprendizagem Significativa da Análise Combinatória a partir da integração de conteúdos da Educação Infantil ao Ensino Médio?

Objetivo Geral

Analisar como se dá a integração de conteúdos da Educação Infantil ao Ensino Médio para o ensino da Análise Combinatória.

Objetivos Específicos

a) Levantar dados sobre a integração de conteúdos para o ensino a Análise Combinatória a partir da Educação Infantil;

b) Compreender como se estabelece a integração de conteúdos para o ensino da Análise Combinatória da Educação Infantil;

c) Sugerir alternativas que contribuam do ensino da Análise Combinatória a partir da integração de conteúdos da Educação Infantil ao Ensino Médio.

5. METODOLOGIA

A metodologia desenvolvida nesta proposta visa contemplar os aspectos didáticos, não se buscando em momento algum uma forma de reconstrução do princípio fundamental da contagem. A princípio intentar-se-á caracterizar uma visão panorâmica desse campo do conhecimento e, por isso, nem sempre se investirá num aprofundamento dos conteúdos abordados. O maior interesse da proposta se situa principalmente, na intenção de organizar a compreensão dos professores de como iniciar seus alunos no mundo matemático a partir do sistema de contagem. Em síntese, se pretende levantar as propriedades necessárias para a aquisição de conceitos matemáticos, que envolvam a Elaboração e Compreensão de Proposições, Teoremas e Demonstrações. Para investigar a possibilidade de tal potencialidade, será solicitado aos alunos que elaborem mapas conceituais antes e após a intervenção na busca de verificar se houve ou não evolução conceitual em termos de *diferenciação progressiva* e das suas inter-relações em termos de *reconciliação integradora*. Para complementar sobre o fazer matemático, procurar-se-á desenvolver um conjunto de 03 atividades, visando identificar se houve ou não evolução dos alunos conforme as intenções já mencionadas. Tais propósitos buscam promover a partir das concepções de Ausubel (1978), uma Aprendizagem Significativa.

Descrição dos Procedimentos Metodológicos

Os procedimentos metodológicos foram elaborados e organizados para serem desenvolvidos a partir de 3 (três) atividades, cujos propósitos educativos podem ser percebidos através da diferença entre elas, segundo suas intenções didáticas enquanto objetivos geral e específicos. Cada uma das atividades propostas, portanto, procura dar conta de um objetivo específico enquanto ensinamento, que são respectivamente:

i. Vislumbrar propriedades a partir da construção do pensamento multiplicativo, por este permitir o estabelecimento de relações de graduação e de proporções, sendo de fundamental importância para o desenvolvimento da contagem e do cálculo;

ii. Identificar através de uma análise no sistema de numeração, propriedades que envolvam a ideia de número e algarismo no ato das operações matemáticas, visando a resolução de problemas multiplicativos;

iii. Almejar a aquisição do objeto matemático decorrente do vislumbramento das propriedades concebidas, para não apenas propor, mas, enfocar o fazer matemático em termos de proposições, teoremas e demonstrações do princípio fundamental da contagem.

O conjunto dessas atividades procura contemplar o objetivo geral em termos de aludir uma caracterização subjacente ao conhecimento matemático, ou seja, compreender a necessidade do rigor, da abstração e do *formalismo* para caracterização da construção do conhecimento matemático através da demonstração matemática.

Caracterizações do Desenvolvimento da Sequência Didática

Neste momento, serão descritas as atividades, conforme anuncia os procedimentos metodológicos. O desenvolvimento de todas as atividades envolverá além da sequencia didática, uma sistematização utilizando: Questionário diagnóstico inicial; Texto de apoio; Intervenção; Atividade prática e questionário diagnóstico final.

Atividade 01 da Sequência didática

Esta atividade será demarcada em um único momento, visando os aspectos relevantes da construção do pensamento multiplicativo, conforme descrições abaixo.

Descrição da Atividade 01

Nesta atividade será utilizado como material concreto manipulativo tampas de garrafas pet. Nela, os alunos reunidos em grupos receberão individualmente uma caixa de lápis de cor, onde a cada indivíduo será solicitado, a elaboração de uma situação problema caracterizando a construção do pensamento multiplicativo, para que no ato dos procedimentos sejam realizados, além do levantamento, o registro das propriedades no por eles identificadas.

Quadro 1.1: Construção do pensamento multiplicativo

Representação da operação –·–			

Intenções educativas da atividade 01 da Sequência Didática

O propósito desta atividade em termos de conteúdo é que cada aluno faça o preenchimento do quadro com uma única cor, descrevendo suas representações a partir dos princípios Aditivo e Multiplicativo. No que se referem ao desenvolvimento da

atividade, os indivíduos mesmo reunidos em seus grupos, trabalharão individualmente, pois a necessidade da formação dos grupos visava a socialização do conhecimento.

Atividade 02 da Sequência Didática

A atividade 02 será desenvolvida a partir de 2 (dois) momentos, visando a demarcação de propriedades que envolvem a ideia de número e algarismo, conforme descrições abaixo.

Descrição da Atividade 02: 1° Momento

Nesta atividade serão levadas em consideração as informações adquiridas na **Atividade 1** anterior, nela se buscará a partir das ideias matemáticas listadas anteriormente, elencar através do Sistema de Numeração a ideia de número, bem como, a caracterização de suas propriedades.

Situação Problema 2.1

Considere o número descrito abaixo:

7	3	8	5	1	6	9	4

De acordo com o seu entendimento preencha os questionamentos da tabela definindo cada algarismo sua relação com: a classe, a ordem, casa a que pertence:

P1 – algarismo 3?	P5 – algarismo 1?
P2 – algarismo 9?	P6 – algarismo 4?
P3 – algarismo 7?	P7 – algarismo 8?
P4 – algarismo 6?	P8 – algarismo 5?

Quadro 2.1: representação da ideia de número no sistema de numeração

	Situaes	Classe	Ordem	Casas	Rep.
Sistemas	P1				
	P2				
	P3				
	P4				
	P5				
	P6				
	P7				
	P8				
Total geral					

Intenções educativas da atividade 02 – 1° Momento

O propósito desta atividade em termos de conteúdo é enfocar as propriedades do sistema de numeração a partir das características gerais e específicas que envolvem as ideias de numero e algarismo, bem como, os conceitos classe e ordem. No que se referem ao desenvolvimento da atividade os indivíduos trabalharam individualmente, utilizando também os conhecimentos da atividade anterior para concluir esta atividade com o preenchimento do **Quadro 2.1**.

Descrição da Atividade 02 - 2° Momento

Nesta atividade serão levadas em consideração as informações adquiridas nas atividades anteriores e, se procurará utilizar as ideias matemáticas listadas anteriormente, nela será desenvolvida uma situação problema, abordando a ideia de algarismo através do Sistema de Numeração, visando a demarcação das propriedades que envolvem o referido conceito.

Situação Problema 2

Quantos algarismos serão necessários, para numerar as páginas de um livro que possui 1372 páginas?

Quadro 2.2: Representação da ideia de número no sistema de numeração

	Descrição da contagem de nºs/algarísmos		Op.	Quant.
Classificação	Unidades simples			
	Dezenas			
	Centenas			
	Milhar			
Total				

Intenções educativas da atividade 02 – 2° Momento

Neste momento se tem como meta em termos de conteúdo, fazer com que cada aluno preencha o **Quadro 2.2**, descrevendo as representações que se referem ao desenvolvimento da atividade, nele os indivíduos mesmo reunidos em grupos trabalharão individualmente, pois, a necessidade da formação dos grupos visa a socialização do conhecimento matemático. Vale salientar que nas duas atividades, durante os procedimentos metodológicos serão solicitados aos alunos os registros das propriedades por eles identificadas em cada situação. Tal procedimento possibilitará uma melhor compreensão dos registros proferidos para definição e conclusão do trabalho.

Atividade 03 da Sequência Didática

A atividade 03 será demarcada a partir de um único momento envolvendo três situações-problema, visando a conceitualização das estruturas matemáticas no campo da Análise Combinatória, caracterizadas através de suas formas específicas conforme descrições abaixo.

Descrição da Atividade 03

Nesta atividade será utilizado como recurso didático, as tampas de garrafas pet, nela os alunos reunidos em grupo receberão individualmente 36 (trinta e seis) tampas distribuídas de forma proporcional nas cores vermelha, amarela e verde. Neste momento serão apresentadas aos alunos 3 (três) situações-problema caracterizando respectivamente um Arranjo, uma Combinação e uma Permutação.

Situação Problema 1 – 1º Momento

Uma bandeira de forma retangular, com um círculo no seu interior deve ser pintada em duas cores, para isso, foram oferecidas as cores vermelha, amarela e verde. A partir do quadro abaixo indique:

a) as possibilidades das cores dessa bandeira;

b) a classificação desse princípio de contagem;

c) porque você atribui tal classificação? Justifique!

Quadro 3.1: representação dos construtos básicos da análise combinatória

Amostra	Ordenada	Caracterizações		Classificação
		Arranjo	**A(n,p)**	
		Combinação	**C(n,p)**	
		Permutação	**A(n,n)=n!=Pn**	

Situação Problema 2 – 2º Momento

Em uma empresa 8 candidatos concorrem a eleição de diretoria para ocupação dos cargos de presidente, vice-presidente e secretário. A partir do quadro abaixo indique:

a) as possibilidades do resultado dessa eleição;

b) a classificação desse princípio de contagem;

c) a situação apresentada indica arranjo, combinação ou permutação;

d) porque você atribui essa classificação? Justifique!

Quadro 3.2: representação dos construtos básicos da análise combinatória

Amostra	Ord.	Caracterizações		Classificação
		Arranjo	**A(n,p)**	
		Combinação	**C(n,p)**	
		Permutação	**A(n,n)=n!=Pn**	

Situação Problema 3 – 3º Momento

Uma bandeira de forma retangular, com um círculo no seu interior deve ser pintada em duas cores, para isso, foram oferecidas as cores vermelha, amarela e verde.

a) descreva as possibilidades das cores dessa bandeira;

b) identifique no quadro abaixo, a classificação desse princípio de contagem;

c) porque você atribui tal classificação? Justifique!

Quadro 3.3: representação dos construtos básicos da análise combinatória

Amostra	Ord.	Caracterizações		Classificação
		Arranjo	**A(n,p)**	
		Combinação	**C(n,p)**	
		Permutação	**A(n,n)=n!=Pn**	

Intenções educativas da atividade 03

O propósito desta atividade em termos de conteúdo é possibilitar a conceituação de Arranjo, Combinação e Permutação a partir das suas propriedades gerais e especificas através das similitudes e diferenças, em função do desenvolvimento das atividades. Neste momento os alunos mesmo reunidos em seus grupos para a socialização do conhecimento, trabalharão individualmente demarcando as propriedades identificadas visando a construção do conhecimento matemático.

REFERÊNCIAS

[1] AUSUBEL, D. Educational Pschology: A Cognitive View. New York, Holt, Rinehart & Winston, 1978.

[2] BISQUERRA, R. Métodos de investigación educativa. Guia práctica. Barcelona: CEAC. 2000.

[3] CHEVALLARD, Yves. La transposición didática: Del saber sábio al saber enseñado. Tradução Claudia Gilman. 3 ed. Buenos Aires: Aique Grupo Editor. 2005.

[4] GURGEL, Thais. De Vezes e de Dividir. Encarte Especial de Matemática. Nova Escola, julho de 2007.

[5] HOMA, Iaqchan Ryokiti; GROENWALD, Claudia Lisete Oliveira. Análise Combinatória no Ensino Médio. EMR – RS – n.14 – v.1 – pp.65 a 74 - ANO 14, 2013.

[6] KAMII, C.; DECLARK, Geórgia. Reinventando a Aritmética: implicações de teoria de Piaget. Campinas: Papirus, 1997.

[7] MOREIRA, Marco A. & BUCHWEITZ, Bernardo. Mapas conceituais: instrumentos didáticos de avaliação e de análise de currículo. São Paulo: Moraes. 83 p. 1987.

[8] MORGADO, L. M. A. O ensino da Aritmética: perspectiva construtivista. Coimbra: Livraria Almedina. 1993.

[9] NOVELLO, Tanise Paula; SILVEIRA, Daniel da Silva, COPELLO, Gláucia Brasil, LAURINO, Débora Pereira. Percepções de professores dos anos iniciais à respeito da utilização do material concreto no ensino de matemática. In: X ENEM – Encontro Nacional de Educação Matemática – Salvador, BA: UCSal, 2010.

[10] OLIVEIRA, Maria Marly de. Como fazer projetos, relatórios, monografias, dissertações e teses. 4ª ed. – Rio de Janeiro: Elsevier. 2008.

[11] POZO, J. I. Teorias Cognitivas da Aprendizagem. Porto Alegre: Artes Médicas Sul. 1998.

[12] PIAGET, J; INHELDER, B. A psicologia da criança. Rio de Janeiro: Difel: 2003.

[13] QUEQUI, Greice Borges. Ensino de Combinatória no Ensino Fundamental: Princípio Aditivo e Multiplicativo. Trabalho de Conclusão de Curso apresentado para obtenção do Grau de Licenciado em Matemática, pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre, 2011.

[14] RODRIGUES, H. O. Importância da Utilização de Recursos Didáticos em um Processo de Transposição Didática para Promover Aprendizagem Significativa. Tese de doutorado apresentada a Universidad Del Mar - Chile, para obtenção do título de Doutor em Educação. Viña Del Mar, agosto de 2011.

[15] SEVERINO, Antônio Joaquim. Metodologia do Trabalho Científico. 20 ed. Editora Cortez. São Paulo, 2000.

[16] SILVA, José Roberto; MOREIRA, Marco Antônio. Um Texto de Apoio Como Organizador Prévio: Combinatória para Ensino Fundamental e Ensino Médio. Trabalho publicado no V Encontro Internacional Sobre a Aprendizagem Significativa. Universidade de LA SALLE. Madrid. Setembro, 2006.

[17] SILVA, Sandra Albano da; ARAÚJO, João André Amorim de. Maria Montessori e a Criação do Material Dourado como Instrumento Metodológico para o Ensino de Matemática nos Anos Iniciais da Escolarização. Artigo publicado pela Universidade Estadual do Mato Grosso do Sul – UEMS, 2011.

Capítulo 9

Utilização da calculadora como recurso didático na sala de aula para o cálculo das medidas de dispersão

Hélio Oliveira Rodrigues

Resumo: O presente trabalho tem como objetivo promover uma melhor compreensão sobre as medidas de dispersão. O estudo envolveu 22 alunos do 3º ano do Ensino Médio de uma escola pública e utilizou uma proposta didática visando mostrar a implantação da utilização de recursos didáticos. O desempenho dos alunos foi investigado através de um questionário inicial, frente a um questionário final para comprovação da aprendizagem dos alunos, onde os resultados obtidos apresentam um maior percentual de acertos em termos de compreensão dos alunos. A partir desse estudo ficou demarcado que a utilização de recurso didático possa tanto sobre os aspectos teóricos básicos, quanto, na elaboração algébrica e geométrica, significação e habilidades resolutivas. A partir do referido estudo ficou evidenciado que a utilização de recursos didáticos possa, não apenas facilitar o estudo das medidas de dispersão, mas também contribuir de forma significativa com a construção do conhecimento.

Palavras Chave: Recursos Didáticos, Medida de Dispersão e Conhecimento.

1. INTRODUÇÃO

Devido ao avanço tecnológico que vem acontecendo nos dias atuais, este trabalho busca investigar como se da a utilização da calculadora como recurso didático na sala de aula no cálculo das medidas de dispersão. O desenvolvimento deste projeto de pesquisa tem como problema de pesquisa identificar como utilização da calculadora como recurso didático na sala de aula pode contribuir para o cálculo das medidas de dispersão, para mostrar a importância desse recurso, para o desenvolvimento de estudos e analises de resultados de alguns estudos realizados dentro e fora da sala de aula de forma simples e objetiva. O desenvolvimento do trabalho se dá, não só por o uso da calculadora em sala de aula ser de fundamental importância para o incentivo das novas tecnologias, mas também, por razão de uma questão social, pois a escola não pode se distanciar da vida do aluno sendo e tão pouco da sociedade. O trabalho tem como objetivo analisar como se dá a utilização da calculadora como recurso didático na sala de aula no cálculo das medidas de dispersão. Os fundamentos teóricos se apoiam nos estudos desenvolvidos a de Blaiser Psacal, Chales Barbbage, Leibnitz através da História da Arte e nas concepções dos PCN's (2002), Dante (2005, Feldato (2006), Fontes (2013), entre outros. Os fundamentos metodológicos foram desenvolvidos em função da concepções de Arusubel (2003) no que se refere a Aprendizagem Significativa, Moreira (2003) em função da metodologia quantitativa, Oliveira (2011) através da metodologia qualitativa e Bisquerra (*apud* RODRIGUES, 2011), pela pesquisa exploratória de forma descritiva. Na definição do estudo foi possível constatar que a sistematização de ensino em conjunto com a sequência didática desenvolvida nos momentos de ensinamento promoveram uma Aprendizagem Significativa superordenada.

Objetivo Geral

Analisar como se dá a utilização da calculadora como recurso didático na sala de aula no cálculo das medidas de dispersão.

Objetivos Específicos

- Levantar dados sobre a utilização da calculadora na sala de aula como recurso didático no cálculo das medidas de dispersão;
- Compreender como se dá a utilização da calculadora como recurso didático no estudo do referido cálculo;
- Sugerir alternativas de ensino que contribuam com a aprendizagem do cálculo das medidas de dispersão através da calculadora.

2. FUNDAMANTAÇÃO TEÓRICA

Fazer cálculo hoje em dia já se tornou uma prática muito simples devido ao avanço tecnológico que o mundo vem sofrendo desde as antiguidades. Por volta do século VI a.C. as pessoas que viviam no Oriente Médio sentiram uma grande necessidade de elaboração de algumas técnicas para realização do calculo, dai surgiu a ideia da utilização de um instrumento chamado ábaco que é a chamada calculadora de bolinhas.

A primeira calculadora, um aprimoramento do ábaco, foi criada por volta de 1642, por um filosofo e matemático francês chamado Blaise Pascal (1623-1662) onde por observar as dificuldades de seu pai nas práticas de cálculo que pareciam intermináveis criou uma máquina de calcular com 8 (oito) algarismos que apenas somava e subtraia.

Após algum tempo vendo a necessidade de realizar operações mais complexas, os chineses conseguiram construir um mecanismo que não apenas realizava soma e subtração, mas também conseguia desenvolver a multiplicação e a divisão.

Segundo alguns relatos a primeira máquina ou calculadora mecânica foi criada por Charles Babbage (1791-1871) onde a essas máquinas serviam para auxíliar na prática do comércio para a realização de acrescimos, descontos entre outras finalidades.

Com o avanço da tecnologia no mundo durante a segunda guerra mundial, foram desenvolvidos computadores analógicos e digitais, que apesar de revolucionar os cálculos com o seu grande poder de resolução, não trouxeram facilidades ao publico em geral pois nem todo mundo tinha acesso a esse tipo de tecnologia. Antes do surgimento da calculadora foram criados alguns mecanismos, para se fazer cálculos e entre eles, a Régua de cálculo (desenvolvida após Napier ter introduzido os logaritmos no século XVI), a Pascaline (criada por pascal no século XVII), a Máquina de calcular de Leibnitz, (que foi lançada em1694); o Tabulador de Hollerith (confeccionado para o censo Americano de 1890). Mas foi Bush em 1929 que desenvolveu o analisador diferencial que deu origem ao moderno computador analógico. Assim todos esses instrumentos tinham o objetivo comum de facilitar o desenvolvimento de cálculos matemáticos (SOARES, 1997).

Assim, não se tem dúvidas que a calculadora se caracteriza como instrumento que o auxilia o ato de pensar do aluno, buscando estimular o raciocínio de cada um, dentro de cada assunto proposto em sala de aula.

De acordo com os (PCN'S, 1997, p.46):

> [...] ela abre novas possibilidades educativas, como a de levar o aluno a perceber a importância do uso dos meios tecnológicos disponíveis na sociedade contemporânea. A calculadora é também um recurso para verificação de resultados, correção de erros, podendo ser um valioso instrumento de auto avaliação.

Possibilidades essas de verificação de resultados onde o aluno resolve o cálculo e ao terminar observa com o auxilio da calculadora se errou ou não e faz a correção necessária para aquela atividade desenvolvida dentro da sala de aula. Segundo Dante (2005), o uso da calculadora em sala de aula, além de ser indicado pelos PCN's como uma iniciativa das novas tecnologias, ela é uma questão de razão social, pois a escola não pode distanciá-la da vida do aluno sendo que, na sociedade, existe o uso impregnado da calculadora.

Os professores precisam ensinar aos alunos aprender administrar as tecnologias que estão no mundo, usando-as a seu próprio favor, para que elas não venham deixar a sua mente preguiçosa, pois na sociedade precisamos desses instrumentos tecnológicos como ferramentas de apoio no desenrolar de algumas atividades do dia a dia. O uso da calculadora pode começar a partir de séries iniciais como afirma Fedalto (2006 p.48) a calculadora "pode ser inserida nas séries iniciais do Ensino Fundamental, não em lugar do cálculo com lápis e papel, mas como instrumento de descoberta e realização de estimativas".

Para Fedalto, a utilização da calculadora pelos alunos podem promover descobertas que darão suporte ao desenvolvimento da aprendizagem da matemática, com isso o professor deve mediar para que esse recurso sirva para observar, relacionar,

comparar, levantar hipóteses, argumentar assuntos que em alguns casos ocorra o uso da calculadora.

Fedalto ainda em acréscimo afirma que o professor deve observar se os alunos tem o hábito de realizar cálculos simples envolvendo a operação de adição e o oposto aditivo de forma mental sem o auxílio da calculadora, propondo sempre métodos onde o aluno só utilize a calculadora no ato das correções dos erros, pois, o professor pode intermediar o uso da mesma de maneira moderada de forma que não venha atrapalhar o modo de pensar de cada aluno.

Utilização da Calculadora como recurso Didático na Sala de Aula a Partir das considerações dos PCN's

Primeiramente, não se pode deixar de ver que hoje o mundo está inserido na Era da informação e do conhecimento, onde temos que pensar sobre os saberes matemáticos e onde serão necessários para definir desafios futuros na vida do aluno. No estudo da matemática uma das dúvidas dos professores, pais e alunos é a utilização da calculadora como recurso didatico em sala de aula e na maioria das vezes ela é instinta da vida escolar do aluno, enquanto que no contidiano é de fundamental importância que o ser humano tenha habilidade para manuzea-la. Mesmo havendo uma grande necessidade de sua utilização, a calculadora tem sido pouco explorada nas aulas de matemática e foi considerada por alguns professores como recurso inadequado e ainda relata que o aluno deixa de raciocinar tornando-se preguiçoso. No entanto precisa-se promover o saber, relacionado a educação matemática com instrumentos tecnológicos e recursos didáticos, como técnicas fundamentais no estudo da matemática, atingindo uma prática competente onde possamos reconhecer possibilidades no ato do cálculo em sala de aula e no exercício de sua cidadania.

Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais:

> Estudos e experiências evidenciam que a calculadoras é instrumento que pode contribuir para a melhoria do ensino de Matemática. A justificativa para essa visão é o fato de que ela pode ser usada como um instrumento motivador na realização de tarefas exploratórias e de investigação. Além disso, ela abre novas possibilidades educativas, como a de levar o aluno a perceber a importância do uso dos meios tecnológicos disponíveis na sociedade contemporânea. A calculadora é também um recurso para verificação de resultados, correção de erros, podendo ser um valioso instrumento da auto-avaliação." (BRASIL, 1997, p.46).

O uso da calculadora pelo aluno não impedirá que os mesmos saibam calcular de acordo com suas necessidades, desde que esse aprendizado não faça com quem os alunos deixem

de ter pleno domínio da tabuada, compreendendo perfeitamente as operações e sendo capaz de efetuar cálculos mentalmente.

Os PCN's ainda aponta outros benefícios, tais como, o de utilizar a calculadora em aulas de matemática, como pode ser observado a seguir:

> A calculadora favorece a busca e percepção de regularidades matemáticas e o desenvolvimento de estratégias de resolução de situações-problema, pois ela estimula a descoberta de estratégias e a investigação de hipóteses, uma vez que os alunos ganham tempo na execução dos cálculos. (BRASIL, 1998, p.45).

Ao observar essa citação podemos concluir que a calculadora além de estimular o raciocínio lógico faz com que os alunos lucrem tempo no desenrolar do ato do cálculo, onde o aluno tanto pode usar a calculadora como ferramenta para fazer operações simples como também exercícios que envolva o raciocínio logico. Comenta-se que a calculadora é um instrumento que inibe o raciocínio dos alunos, mas, que ao desenvolver atividades com os algarismos existentes também pode ter a inibição do raciocínio, pois nos métodos usados existem uma repetição de procedimentos, que muitas vezes o aluno decora e não busca entender o verdadeiro intuito daquele procedimento. Com isso nota-se que o problema não está em usar a calculadora e sim em trabalhar na compreensão do cálculo que foi desenvolvido, onde na maioria das vezes o aluno não percebe o sentido do que está fazendo. Para os PCN's, o professor de Matemática deve fazer uso da Calculadora sempre que achar necessário ao aprendizado do aluno, porque ela colabora para uma melhor observação do método de aprendizagem relacionada com a matemática.

3. METODOLOGIA

A metodologia adotada neste estudo foi desenvolvida a partir de uma abordagem quantitativa, qualitativa, exploratória de forma descritiva. Quantitativa por quantificar os dados obtidos através de amostras, que se caracterizam apropriadas a situações que possibilitem a utilização de medidas (MOREIRA, 2003). Qualitativa por ter como objetivo levar o pesquisador a uma analise mais específica dos fenômenos estudados, ou seja, ações das pessoas, grupos ou organizações em seu ambiente social (OLIVEIRA, 2011). Exploratória por possibilitar uma melhor compreensão do fenômeno estudado e descritiva por expor os dados através de análise de questionário Bisquerra (*apud* RODRIGUES, 2011). Na pesquisa foram envolvidos 22 (vinte e dois) estudantes do Ensino Médio, porém, para efeito de análises estatísticas foi considerado apenas 19 (dezenove) deles, por os alguns não apresentarem interesse na participação do trabalho. A investigação teve como campo de pesquisa, uma escola da rede pública do Município de Escada em Pernambuco. Os procedimentos metodológicos foram desenvolvidos em 5 (cinco) momentos, a partir das concepções de Ausubel (2003), quando ele aponta que para obtenção de uma Aprendizagem Significativa, deve-se levantar as concepções dos aprendizes acerca do que eles já sabem. No primeiro foi aplicado um questionário investigativo inicial. No segundo foi socializado um texto de apoio, envolvendo os conceitos básicos da estatística especificamente sobre medidas de dispersão. No terceiro foi realizada uma intervenção, para mostrar o cálculo da medida de dispersão a partir da calculadora. No quarto foi desenvolvida uma atividade prática utilizando-se como recurso didático a calculadora, visando integrar teoria e prática. No quinto e último momento foi aplicado o questionário investigativo final. Tais procedimentos justificam-se, pela necessidade de se confrontar os questionários investigativos.

Intenções Educativas

Neste momento estão sendo apresentadas as intenções educativas, que deram suporte a pesquisa, essas intensões em si, visa mostrar a importância do uso da calculadora como recurso didático na sala de aula no cálculo das medidas de dispersão.

Primeira questão

Na primeira questão, quando foi proposta uma situação problema envolvendo o conceito de Média Aritmética, com isso intenta-se que o aluno tenha plena percepção de como se pode calcular a média a partir de algumas questãoes propostas em uma aula.

Segunda questão

Na segunda questão, quando foi proposta uma questão envolvendo o conceito de Desvio Médio Absoluto, com ceste procedimento intenta-se que o aluno apresente conhecimento sobre os conceitos que envolvem o respectivo problema, para calcular as questões propostas em sala de aula sobre o respectivo assunto.

Terceira questão

Na terceira questão, quando foi proposta uma questão envolvendo o conceito de cálculo de Variância, intenta-se que o aluno apresente conhecimento sobre como pode ser calculada a Variância apartir de questões que apresentam tais características.

Quarta questão

Na quarta questão, quando foi proposta uma situação problema envolvendo Desvio Padrão, intenta-se que o aluno apresente conhecimento sobre tais conceitos, para que o mesmo possa resolver problemas que se apresentam no cotidiano visando integrar teoria e prática

4. DESCRIÇÃO E ANÁLISES DOS DADOS A PARTIR DA INVESTIGAÇÃO

As informações obtidas através do questionário investigativo Inicial foram sistematicamente organizadas e registradas na **Tabela 01**, como pode ser observado a seguir.

Vale salientar que nos gráficos e tabelas abaixo descritos, onde aparecem as legendas RA, RI e NR podem ser lidos respectivamente: respondeu adequadamente, respondeu inadequadamente e não respondeu. Tais caracterizações se deram, apenas para efeito de uma melhor sistematização dos dados.

Tabela 01: Referente ao questionário investigativo inicial

Questões	Respondeu				NR %		Total de alunos
	RA	%	RI	%			
01	7	36,85	12	63,15	0	0,00	19
02	0	0,00	16	84,20	3	15,80	19
03	0	0,00	16	84,20	3	15,80	19
04	0	0,00	15	78,95	4	21,05	19

As informações registradas na **Tabela 02** estão relacionados com as questões do questionário investigativo final. Vale salientar que o referido questionário é composto pelas mesmas questões do questionário investigativo Inicial. Isso pode ser justificado, pela necessidade de se verificar a ocorrência, ou não, de uma possível evolução após o ensinamento.

Tabela 02: Referente ao questionário investigativo final

Questões	Respondeu				NR %		Total de alunos
	RA	%	RI	%			
01	15	78,95	4	21,05	0	0,00	19
02	13	68,40	5	26,30	1	5,30	19
03	15	78,95	4	21,05	0	0,00	19
04	8	42,10	9	47,40	2	10,50	19

Através dos resultados obtidos na tabela acima, referente ao questionários investigativo final foi possível observar que, grande parte dos estudantes conseguiram resolver as questões propostas envolvendo conteúdos relacionados a medidas de dispersão.

5. RESULTADOS E DISCUSSÃO A PARTIR DAS ANALISES DOS DADOS

Neste momento serão apresentadas as descrições dos resultados dos questionários investigativos a partir das análises dos dados, para que posteriormente possa ser estabelecido um confronto entre os mesmos e consequentemente a definição da pesquisa.

Caracterização das análises do questionário investigativo inicial

Na questão 01, do questionário investigativo inicial 36,85% dos alunos responderam adequadamente, enquanto que 63,15% deles responderam inadequadamente. Isto alude o pressuposto de que uma considerável parte dos alunos apresentam algum aprendizado do conteúdo abordado envolvendo média aritmética no que diz respeito as medidas de dispersão.

A questão 02, por sua vez, nenhum aluno conseguiu responder de forma adequada, 84,20% deles responderam inadequadamente e 15,80% não responderam. Isto aponta que nas aulas, mesmo quando professor de matemática aborda conteúdos a partir de contextos envolvendo a socialização do conhecimento realizada na sala de aula, os alunos sentiram dificuldades de aprendizado.

Já na questão 03, foi verificado também que nenhum aluno conseguiu responder de forma adequada, 84,20% responderam de forma inadequada e 15,80% deles, não responderam, isto mostra de certa forma que durante os momentos de ensinamento, mesmo o professor da disciplina abordando o conteúdo a partir de fatos do cotidiano os alunos apresentaram dificuldades de aprendizagem.

Na questão 04, por sua vez, nenhum aluno conseguiu responder de forma adequada, 78,95% dos alunos responderam de forma inadequada e 21,05% dos deles não

responderam. Isto alude o pressuposto de que todos os alunos sentem dificuldades no ato do desenvolvimento do cálculo do desvio padrão.

Caracterização das análises do questionário investigativo final

Na questão 01, do questionário investigativo final 78,95% dos alunos responderam adequadamente, enquanto que 21,05% deles responderam inadequadamente. Isto alude o pressuposto de que os alunos em sua maioria após a intervenção conseguiram solucionar o problema proposto envolvendo a média aritmética.

Na questão 02, que trata de um problema envolvendo fatos do cotidiano sobre desvio médio absoluto, 68,40% dos alunos responderam adequadamente, 26,30% dos alunos responderam inadequadamente e 5,30% não responderam. Isto aponta que após a intervenção os alunos conseguiram superar as dificuldades apresentadas anteriormente para efetuar o cálculo do desvio médio absoluto.

Já na questão 03 que trata de um problema prático envolvendo variância, 78,95% dos alunos responderam adequadamente e 21,05% dos alunos responderam inadequadamente. Isto aponta que após a intervenção, a maioria dos alunos conseguiu superar as dificuldades apresentadas para resolver problemas sobre fatos do cotidiano envolvendo o cálculo de variância.

Na questão 04 do questionário investigativo que trata de uma aplicação prática do desvio padrão, 42,10% dos alunos responderam adequadamente, 47,47% responderam inadequadamente e 10,50 % não responderam a questão. Isto mostra que uma considerável quantidade de alunos que não conseguiam desenvolver um problema envolvendo desvio padrão após a intervenção conseguiram responder de forma adequada a questão.

Confronto dos questionários investigativos inicial e final a partir das análises

Neste momento está sendo estabelecido um confronto entre os questionários investigativos. Vale salientar, que o referido confronto se restringirá apenas a comparação entre os aumentos percentuais após os momentos de ensinamento de cada questão. Tais fatos se darão a partir das informações já comentadas anteriormente. No confronto da questão 01 dos referidos questionários, que aborda, a média aritmética pode-se contribuir que foi registrado um aumento percentual de 78,95%, em favor do questionário investigativo final. Já no confronto da questão 02 dos referidos questionários, que aborda um problema envolvendo o desvio médio absoluto, foi verificado um aumento percentual de 42,10% em relação aos acertos em favor do questionário investigativo final. No confronto da questão 03 dos referidos questionários, que trata de um problema envolvendo variância, foi registrado um aumento percentual de 68,40% em favor do questionário investigativo final. Já no confronto da questão 04 dos referidos questionários, que trata de uma aplicação prática sobre o cálculo do desvio padrão envolvendo um fato social, foi verificado um aumento percentual de 42,10%, em favor do questionário investigativo final.

Aplicação Prática das medidas de dispersão Amplitude, Variância e Desvio Padrão

Neste momento será realizada a validação da pesquisa a partir dos percentuais de acertos das questões dos questionários investigativos inicial e final. Tal validação se dará, através das medidas de dispersão. As medidas de dispersão aqui trabalhadas servem para indicar o grau de variação dos elementos de um conjunto numérico em relação a sua

média. Na Estatística estudada nos ensinos fundamental e médio, existem dois tipos de medidas usadas para a análise das informações, ou seja, as medidas de tendência central e as medidas de dispersão. Por exemplo, as medidas de tendência central são usadas para representar todos os números de uma lista, como a média percentual de acerto dos alunos representando o desempenho a partir do momento de uma intervenção. Já medidas de dispersão são aplicadas para determinar o grau de variação dos números de uma lista com relação à sua média. De certa forma, as medidas de dispersão analisam a distância dos números de um conjunto até a média desse conjunto.

Determinação da Amplitude

A amplitude de um conjunto, em Estatística é a diferença entre o maior e menor elemento desse conjunto. Em outras palavras, para encontrar a amplitude de uma lista de números, basta subtrair o menor elemento do maior.

Considere a **Tabela 03** onde nela estão disponibilizados os dados dos questionários investigativos inicial e final, aqui tomados como Q*i* e Q*f* respectivamente.

Tabela 03: Referente aos acertos do questionários investigativos

Nº das questões	01	02	03	04
Nº de acertos do (Q. Inicial)	7	0	0	0
Nº de acertos do (Q. Final)	15	13	15	8

Tom-se como:

$$Qi = (7, 0, 0, 0) \text{ e } Qf = (15, 13, 15, 8)$$

Para calcular a amplitude a partir desses dados, basta bater a dferença entre o maior e o menor valor dentre os conjuntos, ou seja:

$$\text{Amplitude de } Qi = 7 - 0 = 7 \text{ e, Amplitude de } Qf = 15 - 8 = 7.$$

Com mo esses valores obtidos, no momentos nada pode-se afirmar, pois, os resultados bateram o mesmo valor.

Determinação da Média Aritmética

Para calcular a média aritmética, basta pegar os dados disponibilizdos na **Tabela 03** e fazer a soma dos elementos de Q*i* e Q*f* de forma independentes e posteriomente, dividir cada resultado obtido pelo número de elementos de cada conjunto, ou seja;

Modelo Matemático da MediaAritmética de "Qi"

$$M\mathbf{Qi} = \frac{\sum M\mathbf{Qi}}{n}$$

$$M\mathbf{Qi} = \frac{7+0+0+0}{4} = 1{,}75$$

Modelo Matemático da Media Aritmética de "Qf"

$$M\mathbf{Qf} = \frac{\sum M\mathbf{Qf}}{n}$$

$$M\mathbf{Qf} = \frac{15+13+15+8}{4} = 12{,}75$$

Obtidas as médias aritméticas de MQi = 1,75 e de MQf = 12,75, já tem-se resultados mais significativos, porém será importante se buscar valores com maior precisão.

Determinação da Variância

Para calcular a variância iremos trabalhar os dados disponibilizdos na **Tabela 03 de** Qi e Qf com os dados dos resultados obtidos nas médias MQi e MQf, ou seja:

Dados da **Tabela 03**: Qi = (7, 0, 0, 0) e Qf = (15, 13, 15, 8)

Resultados das médias: MQi = 1,75 e MQf = 12,75.

Para encontrar a medida da variância, basta subtrair os valores de cada Qi e Qf dos resultados de cada MQi e MQf respectivamente e elevar o resultado ao quadrado, para posteriormente adicionar de forma separada cada valor correspondente e dividir pelo número de parcelas de VQi e VQf, ou seja;

Modelo Matemático das Medidas da Variância "VQ*i*"

$$\mathbf{VQi} = \sqrt{\frac{\sum(\mathbf{Qi} - \mathbf{MQi})^{2}}{n}}$$

Cálculo da Variância em função "VQ*i*"

$$V\mathbf{Q}\boldsymbol{i} = \frac{(15-12{,}75).(15-12{,}75)]+[(13-12{,}75).(13-12{,}75)]+[(15-12{,}75).(15-12{,}75)]+[(8-12{,}75).(8-12{,}75)}{4}$$

$$\therefore V\mathbf{Q}\boldsymbol{i} = \frac{27{,}56+3{,}06+3{,}06+3{,}06}{4}$$

$$\therefore V\mathbf{Q}\boldsymbol{i} = \frac{36{,}74}{4} = 9{,}18$$

Modelo Matemático das Medidas de Variância "VQf"

$$\mathbf{VQf} = \sqrt{\frac{\sum(\mathbf{Qf} - \mathbf{MQf})^{2}}{n}}$$

Cálculo da Variância em função "VQ*f*"

$$V\mathbf{Q}\boldsymbol{f} = \frac{(15-12{,}75).(15-12{,}75)]+[(13-12{,}75).(13-12{,}75)]+[(15-12{,}75).(15-12{,}75)]+[(8-12{,}75).(8-12{,}75)}{4}$$

$$\therefore V\mathbf{Q}\boldsymbol{f} = \frac{5{,}06+0{,}06+5{,}06+0{,}06}{4}$$

$$\therefore V\mathbf{Q}\boldsymbol{f} = \frac{10{,}24}{4} = 8{,}18$$

Com os valores de VQi e VQf encontrados da variância, tem-se resultados muito mais significativos e já para se ter uma ideia e fazer algunas considerações a partir de análises, porém, se faz necessário buarscar valores com maior precisão para uma melhor definição do estudo.

Determinação do Desvio Padrão

Para calcular o desvio padrão, basta pegar o resultado da variância e calcular a sua raíz quadrada, ou seja:

Cálculo do Desvio Padrão em função de "VQ*i*"

$$\mathbf{S} = \sqrt{VQi} = \sqrt{9{,}18} = 3{,}02.$$

Cálculo do Desvio Padrão em função de "VQ*f*"

$$\mathbf{S} = \sqrt{VQf} = \sqrt{8{,}18} = 2{,}86.$$

Portanto, a partir dos resultados obtidos pode ser observado que o desvio padrão de **"VQ*f*"** é menor do que o desvio padrão de **"VQ*i*"**. Logo, com isso pode-se afirmar que o desvio padrão correspondente a 2,86 apresenta um resultado mais homogenio que se aproxima da medida da tendencia central. Isto mostra que o resultado apresentado pelo questionário investigativo final foi mais satisfatório do que o do questionário investigativo inicial.

6. CONSIDERAÇÕES GERAIS E DEFINIÇÃO DO ESTUDO

Nos dias atuais uma das grandes dificuldades enfrentadas pelos professores de matemática na sala de aula, é a falta de recursos que possibilitem uma melhor integração entre teoria e prática. No presente estudo, que tem como objetivo analisar como se dá a utilização da calculadora como recurso didático na sala de aula, procurou-se o desenvolvimento de uma estratégia de pesquisa a partir do questionário investigativo, que possibilitasse de forma clara e objetiva, na tentativa de que as resultados apresentassem uma resposta ao problema de pesquisa. Assim, a presente pesquisa que tem como problema de pesquisa saber como utilizar a calculadora como recurso didático na sala de aula para o cálculo das medidas de dispersão, pode concluir a partir das análises da investigação que os procedimentos metodológicos adotados no referido estudo se caracterizaram como de fundamental importância para a aquisição do conhecimento dos alunos no ato do cálculo das medidas de dispersão. Isto se torna evidente, quando nas análises estatísticas realizadas em função dos questionários investigativos, a partir das medidas de dispersção tais como: Amplitude, Variância e Desvio Padrão foi mostrado que a utilização da calculadora como recurso didático na sala de aula pode contribuir de forma significativa com o cálculo das medidas de dispersão. Isto caracteriza, que a sistematização de ensino em conjunto com a sequência didática desenvolvida nos momentos de ensinamento promoveram uma Aprendizagem Significativa superordenada. Isto aponta que a utilização da calculadora como recurso didático na sala de aula pode contribuir de forma significativa, não apenas, com o cálculo das medidas de dispersão, mas também, com a construção do conhecimento matemático.

REFERÊNCIAS

[1] AUSUBEL, D. Educational Pschology: A Cognitive View. New York, Holt, Rinehart & Winston. 1978.

[2] AUSUBEL, D. Adquisición y retención del conocimento. Barcelona: PAIDÓS. 2002.

[3] AUSUBEL D. Aquisição e retenção de conhecimentos: Uma perspectiva Cognitiva. Porto – Portugal: Editora Plátano, 2003.

[4] ÁVILA, G. Explorando o ensino da matemática. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2004.

[5] BRASIL, Secretária de Educação Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática, primeiro e segundo ciclos do ensino fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1997.

[6] BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática. Secretaria de Educação Fundamental - Brasília: MEC/SEF, 1998.

[7] BRASIL, Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. PCN + Ensino Médio: Orientações Educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais. Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília: MEC / SEMTEC, p.111. 2002.

[8] CARVALHO, J. B. P. e LIMA, P. F. A Avaliação Pedagógica dos Livros Didáticos de Matemática. PNLD 1997 – 2004. MEC: Relatório Técnico. 2002.

[9] CARVALHO, D. L. de: Metodologia do Ensino da Matemática. São Paulo: Cortez, 1990.

[10] DANTE, Luiz Roberto. Matemática: livro do professor. 1ª Edição. São Paulo: Ática, 2005.

[11] FEDALTO, Dirceu Luiz. O imprevisto futuro das calculadoras nas aulas de matemática no ensino médio. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2006.

[12] FONTES, Josefina Vervloet; GOES, Antônio Oscar Santos; FIGUEIRA, William de Araújo. Inovação e Gestão de Qwualidade no Contexto das Pequenas Agroindústrias de Cacau/Chocolate. XXVI ENANGRAD, Florianópolis, 2013.

[13] NOVAK, J. D. The Promise of New Ideas and New Technology for Improv-ing. Teaching and Learning Cell Biology Education v. 2. p. 122. 2003.

[14] OLIVEIRA, Maria Marly de. Como fazer projetos, relatórios, monografias, dissertações e teses. 5ª ed. – Rio de Janeiro: Elserve. 2011.

[15] RODRIGUES, H. O. Importância da Utilização de Recursos Didáticos em um Processo de Transposição Didática para Promover Aprendizagem Significativa. Tese de Doutorado apresentada para obtenção do título de Doutor a Universidade Del Mar – Chile. Viña del Mar, agosto de 2011.

[16] SOARES, M.T.P.; LELLIS, M. Calculadora = Bem + Fácil. Revista Nova Escola, São Paulo, n. 103, Junho de 1997.

[17] SEVERINO, Antônio Joaquim. Metodologia do Trabalho Científico. 20 ed. Editora Cortez. São Paulo, 2000.

[18] SOUZA, S. E. O uso de recursos didáticos no ensino escolar. In: I Encontro de Pesquisa em Educação, IV Jornada de Práticas de Ensino, XIII Semana de Pedagogia da UEM: "Infância e Práticas Educativas". Maringá - PR, 2007.

[19] SARMENTO, A. K. C. A Utilização dos Materiais Manipulativos nas Aulas de Matemática. Artigo publicado pelo centro de pós-graduação em educação da Universidade Federal do Piauí – UFPI, 2010.

Capítulo 10

Noções básicas da geometria dos fractais para uma melhor percepção das formas geométricas no plano e no espaço

Hélio Oliveira Rodrigues

Resumo: A ideia de explorar a Geometria Fractal deve-se ao fato de ter-se observado que a Geometria frequentemente pode ser apresentada de uma forma não natural, hajavista que não é tão fácil descrever a partir de regularidades, as formas encontradas na Natureza tais como as nuvens, as montanhas, os litorais, entre outras formas. Benoit Mandelbrot afirmou que algumas dessas formas na natureza são tão irregulares e fragmentadas, quanto têm um alto e diferente grau de complexidade. A percepção dessas formas levou alguns estudiosos a pesquisar os aspectos que Euclides não alcançou, tomando-se, assim, a necessidade de um estudo sobre as formas da natureza. Neste sentido o presente estudo busca estruturar uma melhor compreensão das formas da natureza, através da geometria dos fractais. Os fundamentos do trabalho são apresentados nas concepções de Mandelbrot (1976), Talanquer (2000), Del Grande (1986), entre outros, onde os fundamentos metodológicos se apoiam nas considerações de Oliveira (2011) e (SEVERINO apud RODRIGUES, 2011). Na definição do trabalho foi possível observar que o estudo contribuiu de forma significativa não apenas com a construção do conhecimento, mas também coma integração conscientizando todos de que cada vez mais, a humanidade necessita lidar intimamente com os fenômenos caóticos imprevisíveis.

Palavras chave: Geometria dos fractais; Formas geométricas; Plano e Espaço.

1. INTRODUÇÃO

Durante muitos séculos, matemáticos de todo o mundo correram em busca de uma geometria diferente da clássica euclidiana, que pudesse adequar-se às representações de diversas e complexas formas geométricas encontradas na natureza. Este problema começou a ser melhor estudado com o surgimento da Geometria Fractal. Segundo Mandelbrot (1967), a geometria fractal é um conjunto de formas normalmente geradas por uma série de repetições, sendo de longitude infinita e comprimento fracional e tem crescido muito, cientificamente, principalmente no campo educacional.

Talanquer (2000) afirma que essa geometria, pela sua peculiaridade, poderá dar grandes contribuições ao desenvolvimento científico através da interdisciplinaridade, pois sendo utilizada como ferramenta por meio de procedimentos metodológicos adequados, poderá dar grandes contribuições às práticas pedagógicas. Diante de sua dimensão infinita, a geometria dos fractais disponibiliza uma imensa quantidade de recursos, principalmente no que diz respeito a sua própria história e à história das ciências como recurso didático. Na atualidade, isto é de grande importância para o processo de Ensino-Aprendizagem. Um dos aspectos muito debatido no campo dessa geometria é a estrutura dos Conjuntos de Julia, não só pela sua beleza em si, mas por revelar uma riqueza incomensurável de um mundo desconhecido dando, de certa forma, uma visão ampla no que diz respeito a sua evolução, mostrando sua importância enquanto fonte de pesquisa e isso, acredita-se, fará com que este trabalho possa dar contribuições significativas às práticas pedagógicas, já que a nossa maior preocupação é incentivar, cada vez mais, estudos e pesquisas que caminhem em busca do conhecimento científico.

Problema de Pesquisa

Como estruturar uma melhor compreensão das formas da natureza, através da geometria dos fractais?

Objetivo Geral

Estruturar uma melhor compreensão das formas da natureza, para o estudo da geometria dos fractais;

Objetivos Específicos

- ✓ Levantar dados sobre a geometria dos fractais;
- ✓ Compreender as formas da natureza a partir da geometria dos fractais;
- ✓ Sugerir alternativas de ensino que contribua com o avanço das pesquisas nesse campo do conhecimento.

2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

A ideia da Geometria Fractal teve sua origem a partir de trabalhos de alguns matemáticos entre l875 e 1925. Esses trabalhos revelaram alguns objetos que se supunha, não terem grande valor científico, mas com o desenvolvimento de estudos e pesquisas, os fractais constituíram-se numa área importante de investigação matemática. Nos dias atuais, muitos cientistas afirmam que as ciências dos fractais apresentam estruturas geométricas de grande complexidade ligadas às formas da natureza, ao desenvolvimento da vida e do universo. Apresentando-se com imagens de objetos abstratos, tendo como características do todo ser infinitamente multiplicado por cada parte, os fractais observados de forma impactante estão fora da compreensão da mente humana, porém a

partir da sistematização da lógica visual tornam-se compreensíveis e observáveis. Paiva (2013) e Iezzi (*et al*; 2002) afirmam que durante muitos séculos, os objetos e conceitos da geometria euclidiana foram considerados como os que melhor descreveram o mundo em que vivemos. Porem as descobertas de geometrias não euclidianas introduziram novos objetos que representam certos fenômenos do universo, tal como se passou com os fractais. Muito diferente da geometria clássica euclidiana, essa geometria não convencional, apesar de ter suas raízes estruturadas no século XIX, é fato que civilizações como a Grega, Indiana, Chinesa, entre outras a utilizaram de forma empírica, dando grandes contribuições para o seu desenvolvimento. Segundo Mandelbrot (1976), a diferença entre a geometria euclidiana clássica e a fractal, consiste em que a primeira é ensinada nas escolas, apresenta dimensões bem definidas e quantificadas para natureza, ou seja, um ponto, tem dimensão 0 (zero); uma reta tem dimensão 1 (um); um plano tem dimensão 2 (dois) e um volume tem dimensão 3 (três), enquanto que a outra, mostra infinitas possibilidades com as dimensões, podendo apresentar números quebrados (fracionários) de tal forma a permitir um melhor ajuste às condições naturais de qualquer objeto de estudo. Por exemplo, um material poroso, levando-se em conta os vazios, suas reentrâncias e rugosidades, tem dimensões entre dois e três tão amplas, quanto à quantidade de números reais fracionários. Desta forma, argumenta Mandelbrot, fica mais fácil não apenas compreender, mas aproximar a natureza de modelos que tenham uma maior aproximação do real. A consolidação dos fractais veio com o desenvolvimento dos computadores e o auxilio de novas teorias nas áreas da física, geologia, biologia, astronomia e matemática. Assim, muitas definições de fractais surgiram com o aprimoramento de sua teoria, mas a noção que serviu de alicerce foi introduzida por Mandelbrot que, devido a sua grande dedicação ao estudo dessa geometria, ficou conhecido como o "Pai dos fractais". O nome fractal tem sua origem latina: *frangere que s*ignifica quebrar, despedaçar, dilacerar. Por apresentarem uma infinidade de diferentes formas, caracterizadas muito freqüentemente na geometria pela auto-semelhança e complexidade infinita, deu-se então a denominação *Fractais,* objeto de nosso estudo. Distante do formalismo e do rigor matemático, os fractais podem ser definidos como objetos que apresentam auto-semelhança e complexidade infinita, ou seja, existe sempre uma aproximação de si mesmo em seu interior. A Geometria dos Fractais pode ser utilizada para representar vários fenômenos da natureza, que não podem ser representados por geometrias tradicionais. Por exemplo, como poderíamos citar o efeito borboleta, se não através dos fractais, como princípio pelo quais pequenas alterações em sistemas dinâmicos podem provocar comportamentos totalmente diversos com o passar do tempo, ou até mesmo observar que nuvens não são esferas, montanhas não são cones, continentes não são círculos, etc. Outros fatos que levantaram vários questionamentos foram: O que há de comum entre os traçados dos rios que formam uma bacia hidrográfica? Os corais de recife? A forma de uma cadeia de montanhas? A penetração de óleo em rochas porosas? Será que todos esses casos não apresentam formas geométricas caracterizadas por modelos básicos que são repetidos mesmo em escalas muito pequenas? Desta forma, acredita-se, que esse seja o universo dos fractais, uma nova e rica área interdisciplinar que pode proporcionar uma forma diferente para se observar as formas da natureza. O mundo dos fractais surgiu a partir da percepção da possibilidade de sua utilização, para resolver problemas complexos de matemática, dando-lhes formas geométricas.

Caracterizações de Formas Geométricas da Natureza

Figura 01: Asas com regularidades

Fonte: http://joaomak.net/

Figura 02: Queda d'água com regularidade

Fonte: http://joaomak.net/fotografia

Os fractais têm ramificações dentro da teoria do caos, da metafísica, da sociologia, da filosofia e da religião, nos dias atuais, com o desenvolvimento da matemática e das outras ciências, a teoria do caos surgiu com o objetivo de não só compreender, mas também, dar respostas a flutuações erráticas e irregulares, que se encontram na natureza, ou seja, resíduos de formação primordial, vindas do grande ovo de caos e segundo a mitologia grega, o caos era considerado um estado não organizado, ou um nada de onde todas as coisas surgiram. A ciência do caos teve início nos anos 60, quando se descobriu que sistemas complexos que podiam descrever possíveis previsões do tempo podiam ser traduzidos por equações matemáticas simples. Assim, sistemas que eram aparentemente simples e modelos deterministas podiam levar a problemas muito complexos. Através desta ciência, verifica-se que um sistema pode facilmente passar, de maneira espontânea, de um estado de ordem para outro estado caótico e, desta forma, compreendendo o comportamento caótico é possível muitas vezes, entender como um sistema se comportará ao longo do tempo. É assim que a geometria dos fractais busca padrões organizados de comportamento dentro de um sistema aparentemente aleatório. No final dos anos 70, Mandelbrot começou a aprofundar seus estudos a partir de um campo da matemática que o levou a construir alguns objetos geométricos mais complexos e para desenvolver essa ideia de forma aleatória foi tomado um número que sobre ele, era repetida uma mesma operação indefinidamente. Os resultados obtidos formalmente foram chamados de interação e representados através da seguinte estrutura simbólica:

$$X_{n+1} = f(X_n)$$

Para compreender melhor tal estrutura, imaginemos que para a operação se repetir consiste em elevar um número ao quadrado. Procedendo desta forma, se chegará a seguinte estrutura simbólica:

$$X^2_{n+1} = X_n$$

Ao aplicar sobre um valor inicial qualquer a tal estrutura pode-se chegar aos seguintes resultados: Por exemplo, quando tomarmos $X = 2$, obteremos:

$X_0 = (2)^2 = 4$; depois $X_1 = (4)^2 = 16$; em seguida $X_2 = (16)^2 = 256$ e assim sucessivamente.

Aplicando indefinidamente este mesmo procedimento, obstem-se a sequência chegando-se ao infinito:

2, 4, 16, 256,....., ∞.

Assim, esta sucessão de números Mandelbrot caracterizou como órbita de uma interação e o ponto ao que tende ao qual chamamos de atrator ponto que tende ao infinito, logo, quando se tem a sucessão:

0,5; 0,25; 0,625;.....; 0, o atrator se caracteriza pelo o número zero.

Desta forma, Mandelbrot através de análises sobre as sequências apresentadas observou o desenvolvimento dessas estruturas retratam o comportamento dos números complexos, concluindo assim, que a interação consiste em elevá-los ao quadrado e, posteriormente, somar uma constante ao resultado, podendo ser representada simbolicamente através da forma:

$$Z_{n+1} = z^2_n + c$$

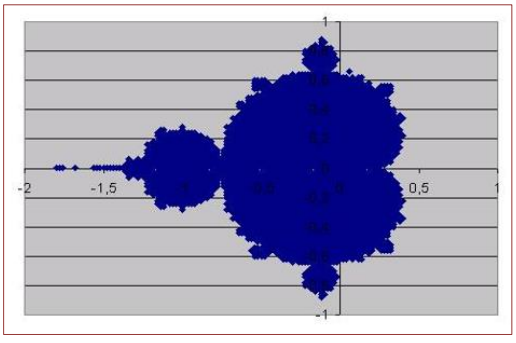
Neste caso, a constante "c" é também um número complexo. Descrevendo este procedimento, podemos tomar como exemplo um ponto inicial $Z_0 = (1, 0)$ e a constante c = (0, 1), para obter a interação: $Z_1 = z^2 + c = (1,0) . (1,0) + (0,1) = (1,1)$, Desta forma, pode-se encontrar a natureza do atrator (ponto que tende ao infinito). Apesar de serem apresentadas aqui, relevantes considerações de Mandelbrot, principalmente no que diz respeito ao aprofundamento de sua pesquisa.

O conjunto de mandelbrot é dado pela análise de todos os pontos de um conjunto que está no plano de Argand-Gauss e é o conjunto de todos os números complexos C tais que, após certo número de interações $z = z^2 + c$, z não tende para o infinito, onde o valor inicial de z é 0 (zero). Para cada ponto, far-se-á um número determinado de interações e se ao final desta sequência o resultado final estiver fora do círculo de raio igual a 2, o ponto está fora do conjunto de Mandelbrot. Então, quando se tem:

$$Z_{n+1} = z^2_n + c$$

Deve ser compreendido que onde aparece $Z_0 = 0 + 0i$, C é o ponto que está se testando. Isto pode ser observado na figura abaixo:

Figura 03 – Representação de um fractal a partir de um determinado numero de interações



Fonte - www.pr.gov.br/batebyte/edicoes/2002/bb118/implementacao.htm

3. METODOLOGIA

A metodologia adotada neste trabalho teve uma abordagem qualitativa, exploratória de forma descritiva. Qualitativa por explicar em profundidade, não apenas o significado, mas também as características do resultado das informações obtidas por entrevistas, ou questões abertas, sem a mensuração de características ou comportamento (OLIVEIRA, 2011). Exploratória de forma descritiva por expor os dados através das análises (SEVERINO, 2000). O estudo tem como objetivo estudar as formas geométricas mais complexas, bem como mostrar a importância da geometria dos fractais para uma melhor identificação e compreensão das formas da natureza e teve como campo de estudo uma escola da rede pública da Zona da Mata do estado de Pernambuco. O estudo envolveu 23 (vinte e três) estudantes de uma turma do 2º ano do Ensino Médio, onde, a partir da simetria e regularidades buscou-se através de construções geométricas caracterizando a geometria dos fractais fazer análises e confrontos com a geometria euclidiana na tentativa de facilitar o estudo de área e perímetro, estabelecendo parâmetros, para uma melhor compreensão dessas formas geométricas e contribuir com o avanço das pesquisas nesse campo do conhecimento.

4. PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Os procedimentos metodológicos utilizados neste trabalho foram desenvolvidos a partir de 03 (três) momentos, em conformidade com as concepções de (RODRIGUES, 2011). No primeiro momento, foi realizada uma leitura e discussão de um texto de apoio versando sobre alguns fatos concernentes à evolução histórica da geometria fractal, justificando sua importância para aquisição de conhecimentos.

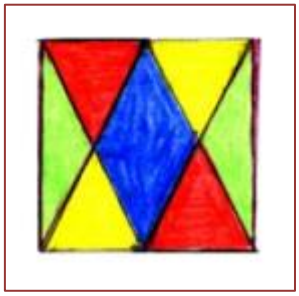
No segundo momento foram feitas apresentações de algumas formas geométricas em movimentos através de Power Point, inspiradas no contexto histórico a partir das afirmações de Mandelbrot, inclusive com algumas análises advindas das repetições das referidas formas.

No terceiro, os estudantes foram reunidos em grupos de 05 (cinco) participantes, onde cada participante do grupo, utilizando como recurso didático régua, compasso e lápis coloridos, construiu um fractal a partir de uma malha quadriculada, representando uma forma geométrica existente na natureza. A estratégia que possibilitou os estudantes encontrar a medida da área e do perímetro das formas geométricas obtidas em função das cores e medidas do contorno.

No quarto momento com todos reunidos foi realizada uma discussão sobre o desenvolvimento dos trabalhos, onde cada grupo pontuou a partir de sua experiência a contribuição do estudo para a construção do conhecimento.

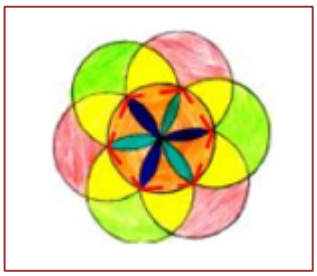
Construção de Formas Geométricas com Régua e Compasso

Figura 04: Const. régua e compasso



Fonte: Nova Escola On-line

Figura 05: Const. Régua e compasso



Fonte: Nova Escola On-line

5. CONSIDERAÇÕES GERAIS E DEFINIÇÃO DO ESTUDO

Segundo Del Grande (1986), às crianças ao chegarem às séries iniciais do Ensino Fundamental são possuidoras de muitas noções intuitivas de espaço. Neste período, o pensamento das crianças é dominado pelas interpretações de suas experiências de ver, tocar, ouvir, mover, entre outras e isto se dá devido as suas percepções de espaço. A percepção espacial é a faculdade de reconhecer e discriminar estímulos no espaço e a partir do espaço interpretá-los associando-os a experiências anteriores. São inúmeras as formas que são explicadas pela geometria fractal e, principalmente, o desenvolvimento de curvas invariantes. Hoje, através do uso da informática pode-se verificar, que a partir de uma escala de observação fica evidente que, qualquer detalhe aumentado é idêntico ao conjunto do qual ele se originou. Desta forma, muitos problemas podem ser resolvidos com essa ferramenta matemática, utilizada inclusive, para decifrar formas arqueológicas, arquitetônicas e urbanísticas em todo mundo. Para muitos pesquisadores, existe uma estreita relação entre a geometria fractal e A Teoria do Caos e isto se prende ao fato de ambas terem se estruturado, graças ao desenvolvimento da informática. Embora a utilização de computadores seja indispensável, eles não são confiáveis, pois sabe-se que uma pequena alteração nas condições iniciais é suficiente para que ocorram mudanças significativas no resultado final de um objeto de estudo. Apesar de suas inúmeras aplicações e utilidades, acredita-se, que os fractais ainda tenham um longo caminho a seguir, pois por falta de ferramentas adequadas para sua aplicabilidade em diversas situações, muitos problemas ainda não são solucionados. Nos dias atuais, a prática pedagógica utilizada no ensino da Matemática procura aproximar cada vez mais os fundamentos teóricos da realidade do aprendiz, correlacionando desta forma, conhecimentos empíricos a aspectos observados no mundo para construção do conhecimento. Portanto, no presente estudo ficou caracterizado que a busca por uma teoria completa e unificada se faz necessário para que, cada vez mais, a humanidade possa lidar intimamente com os fenômenos caóticos imprevisíveis.

REFRÊNCIAS

[1] DEL GRANDE, JOHN J. “Can Grade Two Children’s Spatial Perception Be Improved by Inserting a Transformation Geometry Component into the Mathematics Program?”. Doctoral dissertation, Ontario Institute astudies in Education, 1986.

[2] IEZZI, GELSON; DOLCE, OSVALDO; DEGENSZAIN, DAVID. Matemática Volume Único. São Paulo – Editora Atual, 2002.

[3] MANDELBROT, B. “How long is coast at Britain?”. Sciece, 1967.

[4] PAIVA, MANOEL. Matemática Volume Único. São Paulo – Editora. Moderna, 2013.

[5] REVISTA SCIENTIFIC AMERICAN, Edição Especial nº 11- ETNOMATEMÁTICA. Editora Laura Knapp – 2005.

[6] KANTEK G. N., P. L. Fractais. Bate Byte, n.73. mar./1998.

[7] OLIVEIRA, Maria Marly. Como fazer projetos, monografias, dissertações e teses. 5. ed. Rio de Janeiro: Elsevier. 2011.

[8] RODRIGUES, H. O. Importância da Utilização de Recursos Didáticos em um Processo de Transposição Didática para Promover Aprendizagem Significativa. Universidad Del Mar – UDELMAR/Chile em agosto de 2011.

[9] SEVERINO, Antônio Joaquim. Metodologia do Trabalho Científico. 20 ed. Editora Cortez. São Paulo, 2000.

[10] TALANQUER, VICENTE. “Fractus, Fracta, Fractal” – Fractales, de laberintos y espejos, Editora La Ciência, 2000.

www.poisson.com.br
contato@poisson.com.br

@editorapoisson

https://www.facebook.com/editorapoisson